

## پیشگفتار

کتاب حاضر حاصل تجربه چند ساله مؤلف در تدریس منطق جدید در مقاطع مختلف تحصیلی دانشگاههای کشور است. هر چند این کتاب اساساً برای دانشجویان رشته فلسفه تدوین شده است می‌توان آن را به همراه پاره‌ای ضمایم تکمیلی (مثل نظریه اصل موضوعی مجموعه‌ها، نظریه گروه‌ها و نظریه صوری حساب) در یک درس مقدماتی «منطق ریاضی» برای دانشجویان مقطع کارشناسی رشته ریاضی و دیگر رشته‌های وابسته نیز مورد استفاده قرار داد.

نکاتی که در تدوین کتاب حاضر مورد توجه مؤلف بوده به شرح زیر است:

۱. رویکرد مؤلف به منطق جدید در این کتاب رویکردی صوری است؛ از این رو مناسبتر آن است که کتاب حاضر پس از درسی با عنوان «منطق عمومی» یا «منطق پایه»، که ضرورتاً باید پاره‌ای از مباحث منطق جدید را با تقریر و رویکردی غیرصوری دربرداشته باشد، فراگرفته شود.
۲. تأکید اصلی مؤلف در این کتاب بر شیوه استنتاج طبیعی است و هدف این است که قدرت و کارایی این روش نسبت به روش اصل موضوعی و روش نموداری در آموزش و تعلیم منطق جدید نشان داده شود.
۳. در سراسر کتاب بر تفکیک و تمایز نحوی و معنایی سیستمهای منطقی و عدم خلط احکام هر یک بسیار تأکید شده است.
۴. برای استفاده کاملتر دانشجویان در پایان هر بحث تمرینهای بسیاری آورده شده و تمرینهای ساده پیش از تمرینهای مشکل طرح شده است. راه حل پاره‌ای از تمرینهایی که در متن کتاب با علامت \* مشخص شده در انتهای کتاب آمده است.
۵. کتاب دارای چهاربخش و هر بخش شامل دو فصل و مجموعاً هشت فصل است. در فراگیری مطالب می‌توان به ترتیب زیر فصلهای کتاب را مطالعه کرد:

در پایان بر خود لازم می‌دانم از استادان بزرگوار جناب آقای دکتر ضیاء موحد و جناب آقای دکتر محمدعلی اژه‌ای که متن کتاب را قبل از چاپ ملاحظه کرده و اینجانب را مورد عنایت و تشویق قرار داده‌اند تشکر کنم. همچنین از دانشجویان محترمی که در حین تدریس دستنوشته کتاب نکات سودمندی را یادآوری کرده و زمینه اصلاح و تکمیل هرچه بیشتر آن را فراهم آورده‌اند سپاسگزاری می‌کنم.

ویرایش ادبی و فنی کتاب را سرکار خانم سیمین عارفی به عهده داشته و با جدیت و دقت در خور توجه به این امر همت نموده‌اند؛ بدین وسیله از زحمات ایشان تشکر می‌کنم.

با همه کوششی که در تهیه کتاب به کار رفته، کتاب خالی از نقص و کاستی نیست؛ از این رو از همه خوانندگان بویژه همکاران دانشگاهی و دانشجویان محترم خواستارم با راهنماییها و پیشنهادهای اصلاحی و تکمیلی خود مؤلف را در رفع این نواقص یاری فرمایند.

## مقدمه

### تعریف منطق جدید

چارلز پیرس (۱۸۳۹-۱۹۱۴) از مشاهیر منطقیون جدید می‌گوید: «قریب به صد تعریف از منطق در دست است ... لکن مسأله محوری در تمامی این تعاریف، طبقه‌بندی استدلالها و شناسایی استدلالهای درست از نادرست است».<sup>۱</sup>

با توجه به نقش محوری «استدلال» در منطق، این علم را به این صورت می‌توان تعریف کرد: «منطق علم مطالعه استدلالها، استنتاجها و تشخیص درستی و نادرستی آنهاست».

منطق جدید که به نامهای «منطق نمادی» و «منطق ریاضی» نیز مشهور است با تکیه بر روشهای ریاضی و شیوه‌های نمادی به مطالعه نظامهای استنتاجی مختلف می‌پردازد. استفاده از نمادها و روشهای ریاضی در منطق جدید:

الف) از مغالطات (بویژه مغالطات لفظی) و لغزشها در مسیر استدلال جلوگیری می‌کند.

ب) جریان و فرآیند استدلال را تسریع می‌بخشد.

ج) امکان ورود به حوزه‌هایی را فراهم می‌آورد که با ابزارهای منطق سنتی ورود به آنها ممکن نیست.

### تاریخچه منطق جدید

با نظری به تاریخ علم درمی‌یابیم که علم منطق با کتاب ارغنون<sup>۲</sup> ارسطو (۳۸۴ - ۳۲۳ ق.م.) و ریاضیات با کتاب اصول<sup>۳</sup> اقلیدس (۳۲۳ - ۲۸۵ ق.م.) رسماً آغاز شده

---

1. Baldwin, J.M.; "Logic" in *Dictionary of Philosophy and Psychology*; New York: Macmillan Publishing, 1925.

2. *Organon*

3. *Element*

است. این دو علم اگرچه پیش از رنسانس جدا از هم تلقی شده و مستقل از یکدیگر رشد کرده بودند، پس از رنسانس بویژه در آثار فلاسفه دکارتی<sup>۱</sup> و بیشتر از همه در آثار لایبنیتس (۱۶۴۶ - ۱۷۱۶) فیلسوف و ریاضیدان بزرگ آلمانی به هم نزدیک شدند. شعار لایبنیتس این بود: «جایی برای مشاجره لفظی نیست باید نشست و محاسبه کرد». وی برای اینکه عملاً امکان چنین محاسبه‌ای را فراهم آورد برای اولین بار در کتاب حساب عمومی از نمادهای شبه ریاضی برای بیان برخی مطالب منطقی بهره جست؛ از این رو می‌توان وی را «پدر منطق جدید» دانست. متأسفانه تحقیقات لایبنیتس آن گونه که باید تا اواسط قرن نوزدهم مورد توجه قرار نگرفت و از سال ۱۸۴۰ به بعد منطق جدید در دو مسیر و جریان متفاوت شروع به رشد کرد. جریان اول با جرج بول (۱۸۱۵ - ۱۸۶۴) ریاضیدان انگلیسی آغاز شد. وی با به کارگیری روشها و نمادهای جبری به فرمول‌بندی و نمادگذاری منطق همت گماشت و این فرمول‌بندی را در تبیین هرچه دقیقتر استدلالهای منطق ارسطو به کار گرفت. بنابراین هدف عمده این جریان را می‌توان ارائه یک زبان نمادی جدید برای منطق ارسطویی دانست. جریان دوم با کوششها و تلاشهای اگوستوس دمورگان (۱۸۰۶ - ۱۸۷۱) ریاضیدان انگلیسی و چارلز پیرس دانشمند و فیلسوف امریکایی شکل گرفت. این دو دانشمند مستقل از یکدیگر درصدد تبیین منطقی استدلالهای ریاضی برآمدند و در این راستا به فرمول‌بندی و نمادگذاری استدلالهای مبتنی بر «نسب» همت گماشتند - این گونه استدلالها اگرچه پایه و اساس ریاضیات را تشکیل می‌دهند، در چهارچوب منطق ارسطویی توجیه‌پذیر نیستند.

این دو جریان متفاوت در اواخر قرن نوزدهم، در تحقیقات ارزشمند گوتلوب فرگه<sup>۲</sup> (۱۸۳۸ - ۱۹۲۵) فیلسوف و ریاضیدان بزرگ آلمانی به جریان واحدی تبدیل شد. فرگه در سال ۱۸۷۹ با نگارش کتاب مشهور مفهوم‌نگاری<sup>۳</sup> منطق جدید را رسماً پایه‌ریزی و اولین سیستم اصل موضوعی منطق گزاره‌ها و منطق محمولات را طراحی و ارائه کرد. تحقیقات فرگه به وسیله ژوزف پئانو<sup>۴</sup> (۱۸۵۸ - ۱۹۳۲) ریاضیدان ایتالیایی و دو تن از فلاسفه و ریاضیدانان بزرگ انگلیسی، برتراند راسل (۱۸۷۲ - ۱۹۷۰) و آلفرد

1. cartesian philosophers

2. Frege

3. *Begriffsschrift*

4. Peano

نورث وایتهد (۱۸۷۱-۱۹۳۷)، ادامه یافت. کتاب *اصول ریاضی*<sup>۱</sup> راسل و وایتهد که طی سالهای ۱۹۱۰-۱۹۱۳ منتشر شد در کنار کتاب *مفهوم‌نگاری* فرگه نقش عمده‌ای در تدوین منطق جدید داشته است.

از سال ۱۹۱۰ تا کنون دانشمندان بسیاری در توسعه و تکمیل منطق جدید همت گماشته‌اند که از آن میان می‌توان به تحقیقات دیوید هیلبرت، ژاک هربراند، کورت گودل، آلفرد تارسکی، آلونزو چرچ، لئون هنکین<sup>۲</sup>، ویلارد کواین<sup>۳</sup>، آرتور پرایور<sup>۴</sup>، یا کو هینتیکا<sup>۵</sup> و سول کرییکی اشاره کرد.

منطق جدید امروزه یکی از پویاترین رشته‌های دانشگاهی در سطح جهان است و گسترش و توسعه روزافزون آن، این علم را به عنوان علمی مستقل و پرکاربرد تثبیت کرده است به نحوی که تأثیر و کاربرد آن در علوم ریاضی، فلسفه، روش‌شناسی، زبان‌شناسی، علوم رایانه‌ای و هوش مصنوعی قابل انکار نیست.<sup>۶</sup>

### حوزه‌های منطق جدید

منطق جدید با گسترش چشمگیر و روزافزون خود حوزه‌ها و بخشهای متعددی را شامل شده است. تصویر شماره ۱ حوزه‌های مختلف منطق جدید را نشان می‌دهد. در این کتاب که به مبانی منطق جدید اختصاص دارد به تبیین منطق گزاره‌ها و منطق محمولات درجه اول می‌پردازیم که پایه و اساس تمامی سیستمهای پیشرفته منطق محسوب می‌شوند و با مطالعه آنها راه برای مطالعات عمیقتر هموار خواهد شد.

### روشهای منطق جدید

در تبیین منطق جدید از سه روش می‌توان بهره گرفت: «روش اصل موضوعی»، «روش استنتاج طبیعی» و «روش نموداری».

۱. روش اصل موضوعی. این روش که در اصل به کارهای ارسطو در منطق سنتی

1. *Principia Mathematica*

2. Henkin

3. Quine

4. Prior

5. Hintikka

۶. برای آشنایی تفصیلی با تاریخ منطق جدید مراجعه کنید به:

- Kneale, W. and M. Kneale; *the Development of Logic*, 1962.

- Bochenski, I. M.; *History of Formal Logic*; Notredam Ind., 1961.

تصویر شماره ۱ حوزه‌های مختلف منطق جدید

و به کارهای اقلیدس در هندسه برمی‌گردد، یک علم را بر پایه تعداد محدودی اصول موضوعه و قواعد استنتاج پی‌ریزی می‌کند. اولین سیستم اصل موضوعی منطق جدید در سال ۱۸۷۹ در کتاب مفهوم‌نگاری فرگه معرفی و ارائه شد و پس از آن با طراحی مجدد در آثار راسل و وایتهد، هیلبرت، رُسر، نیکود، لوکاسیه‌ویچ<sup>۱</sup>، هیتینگ و بعضی از منطق‌دانان دیگر ظاهر گردید. به کارگیری این شیوه اگرچه در مقام تأسیس یک سیستم منطقی و به طور کلی در بحثهای نظری منطق ارزش فراوانی دارد، در مقام عمل و کاربرد، بویژه در عرصه آموزش و تعلیم، با دشواریهای فراوانی همراه است. هر سیستم صوری مانند S را که با این روش بیان شده باشد «سیستم اصل موضوعی S» می‌نامیم.

۲. روش استنتاج طبیعی. گره‌ارت گنتزن<sup>۲</sup> منطق‌دان امریکایی و استانیسلاو یاکوفسکی منطق‌دان لهستانی در سال ۱۹۳۴ این روش را به عنوان جانشینی برای شیوه اصل موضوعی مستقل از یکدیگر طراحی و ارائه کردند. در این شیوه، منطق تنها بر پایه تعداد محدودی از قواعد استنتاج پی‌ریزی می‌گردد (قواعد حذف و معرفی). فراگیری قواعد مزبور بسیار ساده و آسان است و با طبیعت ذهن هماهنگی و سازگاری دارد. از سال ۱۹۳۴ تاکنون تقریرهای متعددی از این شیوه ارائه شده است که از مهمترین آنها می‌توان از تقریرهای کواین، فیچ، سوپیس، کُپی، لمون، میتس و پراویتس<sup>۳</sup> یاد کرد.

هر سیستمی مثل S را در صورتی که با این روش تأسیس شده باشد «سیستم استنتاج طبیعی S» می‌نامیم.

۳. روش نموداری. این روش که به «روش معنایی» و «روش درختی» نیز مشهور است در اواسط قرن بیستم به وسیله ریموند اسمولیان، اورت بت و یاکو هینتیکا پایه‌ریزی شد و بعدها ویلفرید هاجز<sup>۴</sup> و ریچارد جفری آن را تنقیح کردند. این روش بر تعداد محدودی «قواعد اشتقاق» استوار است که به صورت نمودارهای «درختان ارزش» هم نشان داده می‌شود. مکانیکی و نموداری بودن این روش ارزش عملی فراوانی را برای آن در عصر رایانه‌ها فراهم آورده است.

1. Lukasiewicz

2. Gentzen

3. Prawitz

4. Hodges

هر سیستمی را که به این روش بیان شده باشد «سیستم نموداری S» می‌نامیم. روش اختیار شده در این کتاب. از آنجا که این کتاب اساساً برای دانشجویان رشته فلسفه تألیف شده است، روش عمده به کار گرفته شده در آن روش استنتاج طبیعی است. تقریر مؤلف از این روش اگرچه در اساس همان تقریر گنتزن است، با این حال مؤلف از تحقیقات و پژوهشهای پس از وی بویژه کواین و کپی نیز ملهم بوده است. با وجود تأکید و تکیه بر روش استنتاج طبیعی در این کتاب، از دو روش دیگر (روش اصل موضوعی و روش نموداری) نیز غفلت نشده و در حد لزوم بدانها پرداخته شده است.

### اصطلاحات محوری در منطق جدید

۱. زبان طبیعی و زبان صوری. زبان طبیعی همان است که با آن سخن می‌گوییم و نیازهای اجتماعی خود را بر طرف می‌سازیم. در مقابل، زبان صوری زبانی است که با توجه به نیازهای علمی گوناگون ساخته می‌شود.

یک زبان صوری مثل L دارای عناصر تشکیل دهنده زیر است (L علامت اختصاری زبان صوری است):

فهرستی از نمادهای L (واژگان)؛

مجموعه‌ای معین از «قواعد ساخت» برای ترکیب نمادهای L به منظور به دست آوردن «فرمولها»؛

مجموعه‌ای معین به نام «تعاریف» برای معرفی نمادهای جدید بر مبنای نمادهای اولیه L (ممکن است مجموعه مزبور تهی باشد؛ یعنی L بدون تعریف باشد). در فصول آینده این کتاب با برخی از زبانهای صوری مثل زبان صوری منطق گزاره‌ها ( $L_S$ ) و زبان صوری منطق محمولات ( $L_P$ ) آشنا خواهیم شد.

۲. سیستم صوری. یک سیستم صوری مثل S دارای عناصر تشکیل دهنده زیر است:

زبان صوری L (شامل واژگان، قواعد ساخت و تعاریف)؛

دستگاه استنتاجی D که خود شامل دو بخش است:

اول: مجموعه‌ای معین از فرمولهای L به نام «اصول موضوعه» (ممکن است

مجموعه مزبور تهی باشد، یعنی S بدون اصل موضوع باشد)؛

دوم: مجموعه‌ای از «قواعد استنتاج» یا «قواعد انتقال» یا «قواعد اشتقاق»

برای استخراج برخی از فرمولها از دیگر فرمولهای L.



در فصول آینده با برخی از سیستمهای صوتی مثل  $P_T$  و  $P_A$ ،  $P_N$ ،  $S_T$ ،  $S_A$ ،  $S_N$  آشنا خواهیم شد.

۳. ساختار نحوی و ساختار معنایی. ساختار نحوی یک زبان صوتی مثل  $L$  مطالعه واژگان و روابط صوتی بین فرمولها و تفکیک آنها از دیگر عبارات  $L$  بدون توجه به معنی و مدلول آنهاست.

در تبیین ساختار نحوی یک سیستم صوتی ( $S$ ) علاوه بر مطالعه زبان صوتی آن سیستم ( $L$ )، دستگاه استنتاجی آن سیستم ( $D$ ) نیز مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

ساختار معنایی  $L$  مطالعه و بررسی روابط معین بین اشیای زبانی (فرمولها) و اشیای غیر زبانی و به عبارت دیگر تعیین مدلول و معنای هر یک از آنهاست.

در تبیین ساختار معنایی یک سیستم صوتی، علاوه بر معناشناسی زبان صوتی، مسائل «تعبیر»، «مدل»، «صدق‌پذیری» و جز اینها نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۴. زبان موضوعی و فرازبان. مطالعه و بررسی هر زبان صوتی باید در زبان دیگری صورت گیرد. آن زبانی که مورد مطالعه است اصطلاحاً «زبان موضوعی» و آن زبانی که مطالعه در آن صورت می‌گیرد «فرازبان» نامیده می‌شود.

در کتاب حاضر زبانهای صوتی  $L_p$  و  $L_s$  زبانهای موضوعی و زبان فارسی به همراه پاره‌ای از حروف یونانی مانند  $\alpha$ ،  $\beta$ ،  $\varphi$ ،  $\Delta$ ،  $\theta$ ،  $\psi$ ،  $\phi$  که به «فرامتغیر»

مشهورند و در چهارچوب چنین زبانی،  $L_p$  و  $L_s$  مورد بررسی قرار می‌گیرند، فرازبانند.

۵. منطق گزاره‌ها و منطق محمولات. همان‌طور که بیان شد منطق علم بررسی استدلالهاست. به این دو استدلال معتبر که در قالب منطق سنتی ارائه شده است توجه می‌کنیم:

(۱) اگر هر الف ب است، هر ج د است

(۲) هر الف ب است

هر ب ج است

هر الف ج است

هر الف ب است

هر ج د است

به وضوح مشاهده می‌شود که ساختار صوتی این دو استدلال تفاوت بارزی با یکدیگر دارند. صحت و درستی استدلال (۱) به اجزای داخلی جملات «هر الف ب است» و «هر ج د است» بستگی ندارد و به عبارت دیگر عنصر اساسی مورد مطالعه در این گونه استدلالها جملاتند، نه اجزای آنها؛ اما درستی و اعتبار استدلال (۲) به اجزای داخلی جملات «هر الف ب است» و «هر ب ج است» یعنی سور، موضوع، محمول، ... و

نحوه ترتب این اجزا بستگی دارد.

آن بخش از منطق جدید را که تنها به بررسی و نمادگذاری جملات (نه اجزای داخلی آنها) و همچنین استدلالهای مبتنی بر آنها می‌پردازد اصطلاحاً منطق گزاره‌ها یا «منطق جمله‌ها» می‌نامند و آن قسمت را که علاوه بر جملات به بررسی اجزای داخلی جمله و فرمول‌بندی و نمادگذاری آنها و همچنین به استدلالهای مبتنی بر این فرمول‌بندیها می‌پردازد «منطق محمولات» می‌گویند.

منطق گزاره‌ها پایه و اساس منطق محمولات است؛ از این رو فراگیری آن نیز مقدم بر فراگیری منطق محمولات است.