به‌نام یکتا مهندس هستی...

سخن مؤلف

مکانیک سیالات یکی از دروس پایه در بسیاری از رشته‌های مهندسی از جمله مهندسی عمران می‌باشد که یادگیری آن از اهمیت بالایی برخوردار بوده و نیاز به‌آموزشی هوشمندانه و متکی به شیوه‌های نوین دارد. روش‌های قدیمی آموزش این درس که امروزه در دانشگاه‌های معتبر دنیا منسوخ شده است، ضمن اینکه از علاقه دانشجو به این درس کم می‌کند، باعث می‌شود تا این درس، پیچیده و غیرقابل فهم به نظر برسد. اما واقعیت این است که مکانیک سیالات درس سختی نیست به شرطی که آموزش آن به‌صورت صحیح و با تکیه بر مفاهیم بنیادی و حل مسائل متنوع انجام شود.

پس از تألیف کتاب مکانیک سیالات در سال ۸۸ و بازنویسی آن در سال ۹۰، اکنون و با توجه به نیازهای امروز دانشجویان و مهندسین گرامی، تصمیم به تألیف **کتاب نسل جدید مکانیک سیالات** گرفتم که نگارش این کتاب نیز مثل بقیه کتاب‌های نسل جدید سری عمران با نسخه‌های قبلی خود بسیار متفاوت است. علاوه بر این، همراهی دوست عزیزم آقای مهندس حسین فراهانی در تألیف این مجموعه و ارائه ایده‌های تأثیرگذار توسط ایشان، باعث شده است تا کتاب مکانیک سیالات نسل جدید، پربارتر و جذاب‌تر از قبل باشد. از ویژگی‌های این کتاب می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- متن درس که شامل مفاهیم پایه در مکانیک سیالات و نکات کلیدی در حل مسائل است، با روشی آسان و زبانی ساده بیان شده است. همچنین جمع‌بندی‌ها و طبقه‌بندی‌های مناسب از مطالب درسی، گام دیگری در جهت یادگیری بهتر شما عزیزان بوده است.

۲- نکات و مطالب مبهم و پیچیده در حل مسائل، با جزئیات و به‌صورت دقیق شرح داده شده‌اند و شما می‌توانید این توضیحات را در قسمت‌های تحت عنوان «کمی توضیح بیشتر»، ملاحظه کنید.

۳- در پایان درسنامه هر فصل تمریناتی با عنوان «افزایش مهارت و تسلط بیشتر» قرار گرفته است تا دانشجویان علاقه‌مند، با حل و بررسی این مسائل نسبتاً دشوار، به بالاترین سطح آمادگی در این درس برسند.

۴- تمرینات متن درس و تست‌های آخر فصل، ترکیبی از سؤالات آزمون‌های سراسری و مسائل تألیفی هستند و در انتخاب و ترتیب مطرح شدن آنها، نهایت دقت صورت گرفته است تا با روند آموزشی کتاب هماهنگ باشند. جالب است بدانید سؤالات آزمون‌های سراسری نیز تا آخرین سالی که کنکور برگزار شده است، در کتاب موجود می‌باشد.

در نگارش این کتاب تلاش زیادی صورت گرفته است تا کتاب با کمترین ایراد در اختیار شما دانشجویان گرامی قرار گیرد، ولی به‌هر حال وجود نقایص احتمالی دور از ذهن نمی‌باشد. از این‌رو از استادان گرانقدر و دانشجویان فهیم تقاضا می‌شود تا با مراجعه به سایت سری عمران، قبول زحمت کرده و ما را در رفع مشکلات این کتاب یاری دهند. در خاتمه از دوست عزیزم جناب آقای مهندس حسین فراهانی تشکر می‌کنم که مرا در نگارش این کتاب همراهی نمودند، همچنین از سرکار خانم طاهره نجفی که واژه‌نگاری، صفحه‌آرایی و طراحی کلیه شکل‌های کتاب به عهده ایشان بود و نیز جناب آقای احمد فرزانه که امور اجرایی را انجام دادند، نهایت سپاس را دارم. امید است تلاش مجموعه سری عمران در ارائه این کتاب مورد قبول دانشجویان و مهندسین گرامی واقع شود.

موفق و پیروز باشید

ساسان امیرافشاری

فهـــــرست

فصل اول

خواص سیالات و قانون لزجت نیوتن

قسمت اول: خواص وزنی و حجمی سیالات ۸
قسمت دوم: مفهوم لزجت و قانون لزجت نیوتن ۱۱
قسمت سوم: کشش سطحی و اثرات آن ۳۱
قسمت چهارم: مباحث تکمیلی ۳۹
افزایش مهارت و تسلط بیشتر ۴۵
تست‌های فصل اول ۴۹

فصل دوم

فشار و روش‌های اندازه‌گیری آن

قسمت اول: مفهوم فشار و عوامل مختلف ایجاد آن ۶۸
قسمت دوم: روش‌ها، قوانین و وسایل اندازه‌گیری فشار ۸۴
قسمت سوم: مباحث تکمیلی ۹۲
افزایش مهارت و تسلط بیشتر ۹۵
تست‌های فصل دوم ۹۸

فصل سوم

نیروی هیدرواستاتیک

قسمت اول: محاسبه نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح تخت ۱۱۲
قسمت دوم: محاسبه نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح منحنی ۱۳۲
قسمت سوم: محاسبه نیروی شناوری ۱۴۸
قسمت چهارم: مباحث تکمیلی ۱۵۶
افزایش مهارت و تسلط بیشتر ۱۶۷
تست‌های فصل سوم ۱۷۴

فصل چهارم

تعادل نسبی

قسمت اول: حرکت سیال با شتاب خطی ثابت ۲۱۴
قسمت دوم: حرکت دورانی سیال با سرعت زاویه‌ای ثابت ۲۲۹
قسمت سوم: مباحث تکمیلی ۲۴۳
افزایش مهارت و تسلط بیشتر ۲۵۱
تست‌های فصل چهارم ۲۵۴

فصل پنجم

سینماتیک سیالات

قسمت اول: مفاهیم پایه در سینماتیک سیالات ۲۷۶
قسمت دوم: برخی تعاریف مربوط به جریان سیال و مفهوم دبی ۲۸۲
قسمت سوم: معادله انتقال رینولدز و اصل پیوستگی جریان ۲۹۴

قسمت چهارم: مباحث تکمیلی ۳۰۷
افزایش مهارت و تسلط بیشتر ۳۱۲
تست‌های فصل پنجم ۳۱۵

فصل ششم
اصل انرژی و معادله برنولی
قسمت اول: معرفی معادله برنولی و کاربردهای آن ۳۳۴
قسمت دوم: ماشین‌های هیدرولیکی ۳۵۶
قسمت سوم: مباحث تکمیلی ۳۶۳
افزایش مهارت و تسلط بیشتر ۳۶۸
تست‌های فصل ششم ۳۷۳

فصل هفتم
دینامیک سیالات و اصل اندازه حرکت
قسمت اول: معرفی اصل اندازه حرکت و کاربرد آن براساس مفهوم حجم کنترل ۴۰۰
قسمت دوم: نیروی ناشی از جریان جت سیال ۴۱۳
قسمت سوم: مباحث تکمیلی ۴۲۷
افزایش مهارت و تسلط بیشتر ۴۳۷
تست‌های فصل هفتم ۴۴۲

فصل هشتم
آنالیز ابعادی و قوانین تشابه در مدل‌سازی
قسمت اول: آنالیز ابعادی ۴۷۶
قسمت دوم: قوانین تشابه در مدل‌سازی ۴۸۴
قسمت سوم: مباحث تکمیلی ۴۹۱
افزایش مهارت و تسلط بیشتر ۴۹۶
تست‌های فصل هشتم ۴۹۸

فصل نهم
جریان سیال در مجاری تحت فشار و محاسبات افت انرژی در لوله‌ها
قسمت اول: محاسبه افت انرژی و تنش برشی در لوله‌ها ۵۱۴
قسمت دوم: بررسی سیستم لوله‌های سری و موازی ۵۴۰
قسمت سوم: مباحث تکمیلی ۵۴۸
افزایش مهارت و تسلط بیشتر ۵۵۷
تست‌های فصل نهم ۵۶۳

قسمت اول (خواص وزنی و حجمی سیالات)

مقدمه

از فیزیک دبیرستان یا حتی پیش از آن به یاد داریم که سیال به ماده‌ای گفته می‌شود که هرگاه داخل ظرفی قرار بگیرد، شکل آن ظرف را به‌خود خواهد گرفت. در حالت کلی سیالات به دو شکل مایعات و گازها در طبیعت یافت می‌شوند که البته خواص فیزیکی این دو، تا حد زیادی با هم متفاوت است. در این قسمت می‌خواهیم با خواص وزنی و حجمی یک سیال آشنا شویم، از این‌رو بخش‌های مختلف این قسمت را به شرح زیر، به بررسی این خواص اختصاص می‌دهیم:

خواص وزنی و حجمی سیالات ←
- جرم مخصوص (ρ)
- وزن مخصوص (γ)
- حجم مخصوص (V_s)
- چگالی نسبی (S)

توجه کنید که اغلب مباحث این فصل پیرامون مایعات (که کاربرد بیشتری در مهندسی عمران دارند) مطرح می‌شوند، ولی همین خصوصیات برای گازها نیز وجود دارد.

A-۱- جرم مخصوص (ρ)

جرم واحد حجم سیال را **جرم مخصوص** (دانسیته یا چگالی) نامیده و آن را با ρ نشان می‌دهیم:

$$\rho = \frac{M}{V}$$

در رابطهٔ فوق M و V به‌ترتیب جرم و حجم سیال می‌باشند.

تذکر: واحدهای متداول جرم مخصوص عبارتند از kg/m^3، gr/cm^3 و نیز ton/m^3 که می‌توان ارتباط بین آنها را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$1\,gr/cm^3 = 1000\,kg/m^3 = 1\,ton/m^3$$

همچنین دیمانسیون این کمیت نیز ML^{-3} می‌باشد.*

A-۲- وزن مخصوص (γ)

وزن واحد حجم سیال، **وزن مخصوص** نامیده می‌شود که آن را با γ نمایش می‌دهیم:

$$\gamma = \frac{W}{V}$$

در رابطهٔ فوق W و V به‌ترتیب معرف وزن و حجم سیال‌اند.

---

* هر کمیتی را می‌توان براساس نمادهای کمیت‌های اصلی یعنی جرم (M)، طول (L) و زمان (T) نشان داد که به آن دیمانسیون می‌گوییم. در فصل هشتم و در مبحث آنالیز ابعادی با مفهوم و کاربرد دیمانسیون بیشتر آشنا خواهید شد.

زیر شاخه‌های قسمت اول

A-۱- جرم مخصوص (ρ)
A-۲- وزن مخصوص (γ)
A-۳- حجم مخصوص (V_s)
A-۴- چگالی نسبی (S)

لازم به ذکر است واحدهای متداول وزن مخصوص عبارتند از grf/cm^3، kgf/m^3، N/m^3 و نیز kN/m^3 که ارتباط بین آنها به‌صورت زیر است:

$$1\,grf/cm^3 = 1000\,kgf/m^3 \overset{g=9/806\,m/s^2}{=} 9806\,N/m^3 = 9/806\,kN/m^3$$

همچنین دیمانسیون γ نیز به‌صورت $ML^{-2}T^{-2}$ خواهد بود.

تذکر ۱: با توجه به رابطهٔ $W = Mg$، می‌توان ارتباط جرم مخصوص (ρ) و وزن مخصوص (γ) را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$\gamma = \frac{W}{V} = \frac{Mg}{V} = (\frac{M}{V})g = \rho g \Rightarrow \boxed{\gamma = \rho g}$$

تذکر ۲: یکی از مهمترین و پرکاربردترین مایعات در مباحث مکانیک سیالات، آب است. در دمای $4^\circ C$ جرم مخصوص آب برابر $\rho_w = 1\,gr/cm^3 = 1000\,kg/m^3$ می‌باشد. همچنین براساس تذکر قبل می‌توان نوشت:

$$\gamma_w = \overset{1000\,kg/m^3}{\rho_w} \times \overset{m/s^2}{g} = 1000\,g\,\frac{\overset{N}{kg.m/s^2}}{m^3} = g\,kN/m^3$$

حال اگر برای سادگی محاسبات $g = 10\,m/s^2$ فرض شود، در آن‌صورت $\gamma_w = 10000\,N/m^3 = 10\,kN/m^3$ خواهد بود. توجه کنید که این فرض ($g = 10\,m/s^2$) در بسیاری از مسائل حاکم بوده و ما اغلب شتاب ثقل (g) را برابر $10\,m/s^2$ درنظر می‌گیریم.

تذکر ۳: برای به‌دست آوردن وزن یک جسم، می‌توان از رابطهٔ وزن مخصوص به شکل زیر استفاده کرد:

$$\gamma = \frac{W}{V} \Rightarrow W = \gamma V$$

همانطورکه ملاحظه می‌کنید با معلوم بودن γ و محاسبهٔ حجم جسم (در صورت امکان)، وزن آن به سادگی قابل محاسبه است.

A-۳- حجم مخصوص (V_s)

عکس جرم مخصوص را **حجم مخصوص** می‌گویند و آن را با V_s نمایش می‌دهیم. به‌عبارت دیگر حجم مخصوص یک جسم، حجمی است که توسط واحد جرم آن جسم اشغال می‌شود:

$$\boxed{V_s = \frac{V}{M} = \frac{1}{\rho}}$$

تذکر: از آنجاکه این کمیت کاربرد بسیار کمی دارد، بیش از این به آن نمی‌پردازیم.

A-۴- چگالی نسبی (S)

نسبت وزن مخصوص یک ماده به وزن مخصوص آب (و یا نسبت جرم مخصوص ماده به جرم مخصوص آب)، **چگالی نسبی (چگالی ویژه)** و یا به اختصار **چگالی** نامیده می‌شود که آن را با S نشان می‌دهیم:

$$\boxed{S = \frac{\gamma}{\gamma_w} = \frac{\rho}{\rho_w}}$$

همانطور که مشاهده می‌کنید چگالی، نسبت دو کمیتِ هم واحد است، بنابراین خود آن بدون واحد خواهد بود.

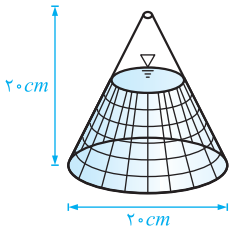
تذکر: در بسیاری از مسائل به‌جای وزن مخصوص یک سیال (یا یک ماده)، چگالی نسبی آن داده می‌شود. در این‌صورت با استفاده از تعریف چگالی نسبی، می‌توانیم به شکل زیر وزن مخصوص آن ماده را به‌دست آوریم:

$$S=\frac{\gamma}{\gamma_w} \Rightarrow \gamma=S\gamma_w$$

به‌عنوان مثال اگر چگالی نسبی روغن $S=۰/۸$ باشد و $\gamma_w=۱۰۰۰۰\ N/m^۳$ در نظر گرفته شود، در آن‌صورت وزن مخصوص آن برابر است با:

$$\gamma_{\text{روغن}}=S_{\text{روغن}}\,\gamma_w=۰/۸\times۱۰۰۰۰=۸۰۰۰\ N/m^۳=۸\ kN/m^۳$$

تمرین ۱: اگر ۲/۱ کیلوگرم از یک مایع در یک ظرف مخروطی مطابق شکل زیر ریخته شود، نصف ارتفاع ظرف پر می‌شود. مقدار جرم مخصوص این مایع بر حسب $ton/m^۳$ چقدر است؟ همچنین مقدار وزن مخصوص (برحسب $kN/m^۳$) و چگالی نسبی آن را نیز به‌دست آورید. ($\pi=۳$ و $\gamma_w=۱۰\ kN/m^۳$)



● **حل:** ابتدا حجم مخروط ناقص را که محتوی روغن است، به‌دست می‌آوریم:

$$V_{\text{قسمت پر شده}}=V_{\text{کل مخروط}}-V_{\text{قسمت خالی}}=(\frac{۱}{۳}\pi R^۲h)_{\text{کل}}-(\frac{۱}{۳}\pi r^۲h)_{\text{خالی}}$$

$$=\frac{۱}{۳}\pi\times۱۰^۲\times۲۰-\frac{۱}{۳}\pi\times۵^۲\times۱۰=۱۷۵۰\ cm^۳$$

سپس طبق روابط و تعاریف گفته شده، خواهیم داشت:

$$\rho=\frac{M}{V}=\frac{۲/۱\times۱۰^۳}{۱۷۵۰}=۱/۲\ gr/cm^۳=۱/۲\ ton/m^۳$$

$$S=\frac{\rho}{\rho_w}=\frac{۱/۲}{۱}=۱/۲\quad,\quad \gamma=S\gamma_w=۱/۲\times\underbrace{۱۰}_{\gamma_w\ \text{برحسب}\ kN/m^۳}=۱۲\ kN/m^۳$$

مقدمه

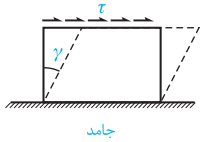
یکی از مهمترین خواص فیزیکی سیالات (به‌خصوص مایعات)، **لزجت** (**گرانروی** یا **ویسکوزیته**) می‌باشد که باعث انتقال تنش‌های برشی در لایه‌های مختلف سیال شده و نوعی جریانِ لزج برای مایع ایجاد می‌کند. ما در این قسمت ابتدا شما را با مفاهیم اصلی لزجت آشنا می‌کنیم و سپس با معرفی قانون لزجت نیوتن، چگونگی انتقال تنش برشی در لایه‌های سیال و لغزش لایه‌های یک مایع بر روی هم را بررسی خواهیم کرد. درنهایت نیز ضمن یک دسته‌بندی مناسب، با انواع مسائل لزجت آشنا می‌شویم. دانشجویان عزیز بهتر است بدانید که در این قسمت با مهمترین و پر سؤال‌ترین مبحث از فصل اول مکانیک سیالات روبرو می‌شوید. آنچه در این قسمت می‌خوانید به شرح زیر می‌باشد:

مفهوم لزجت و قانون لزجت نیوتن ←
- تعریف لزجت و آشنایی با مفهوم آن
- انواع لزجت
- قانون لزجت نیوتن
- طبقه‌بندی و بررسی انواع مسائل لزجت

B-۱- تعریف لزجت و آشنایی با مفهوم آن

اگرچه ما در قسمت قبل، تعریف سیال از دورهٔ دبیرستان را به یاد شما آوردیم، ولی باید بدانید که تعریف دقیق و علمی سیال براساس تفاوتش با جسم جامد مطرح می‌شود. یعنی در علم مکانیک سیالات برای تعریف سیال، تفاوت رفتاری آن با جسم جامد در مقابل تنش‌های برشی و نیز تغییرشکل‌های زاویه‌ای (کرنش برشی) ناشی از این تنش‌ها بررسی می‌گردد. برای درک بهتر این موضوع، بهتر است بحث را به‌صورت زیر شروع کنیم:

می‌دانیم وقتی یک جسم جامد تحت اثر تنش برشی قرار می‌گیرد، تغییر شکل محدود و مشخصی از خود نشان می‌دهد، به‌طوری‌که این تغییر شکل پس از مدتی متوقف شده و به عبارتی مستقل از زمان است. پس اگر جزئی کوچک از یک جسم جامد را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید، در آن‌صورت خواهید دید در اثر اعمال تنش برشی τ در محدودهٔ الاستیک، تغییر شکل زاویه‌ای γ * در این جسم به وجود می‌آید که مقدار آن از رابطه $\gamma = \frac{\tau}{G}$ قابل محاسبه است.



* این γ را با وزن مخصوص سیال اشتباه نگیرید!

قسمت دوم (مفهوم لزجت و قانون لزجت نیوتن)

زیر شاخه‌های قسمت دوم

B-۱- تعریف لزجت و آشنایی با مفهوم آن

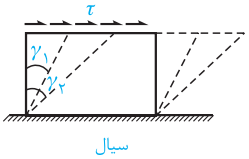
B-۲- انواع لزجت

B-۳- قانون لزجت نیوتن

B-۴- طبقه‌بندی و بررسی انواع مسائل لزجت

حال ممکن است این سؤال در ذهن شما ایجاد شود که آیا سیالات نیز به هنگام اعمال تنش برشی رفتار مشابهی دارند و اصولاً می‌توان تغییر شکل برشی آنها را مانند جامدات اندازه گرفت؟

پاسخ به این سؤال، تعریف سیال در علم مکانیک سیالات است. در مکانیک سیالات، سیال به ماده‌ای گفته می‌شود که وقتی تحت تنش برشی قرار می‌گیرد (هر چند آن تنش کوچک باشد) دائماً تغییر شکل می‌دهد به نحوی که نمی‌توان تغییر شکل ثابت و مشخصی را در آن مشاهده کرد. به عبارت دیگر تغییر شکل زاویه‌ای (کرنش برشی) در سیالات وابسته به زمان بوده و از لحظه‌ای به لحظهٔ دیگر تغییر می‌کند. شما می‌توانید این موضوع را در شکل مقابل ببینید، جایی که به‌ازای تنش برشی ثابت τ، کرنش برشی در لحظهٔ t_1 برابر γ_1 و در لحظهٔ t_2 برابر γ_2 شده است.



شاید اکنون از خود بپرسید که وقتی نمی‌توانیم در یک سیال γ را اندازه بگیریم، پس چه چیزی ملاک سنجش تغییر شکل‌ها خواهد بود؟

در جواب این سؤال باید بگوییم، چنانچه کرنش برشی به زمان تقسیم شود، یا دقیق‌تر بگوییم، اگر $\frac{d\gamma}{dt}$ را تعیین کنیم، در آن‌صورت به کمیت مستقل از زمانی خواهیم رسید که به آن **نرخ کرنش برشی** ($\dot{\gamma}$) گفته می‌شود. جالب است بدانید که $\dot{\gamma}$ در سیالات مانند γ در جامدات، قابل محاسبه بوده و از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\mu}$$

در رابطهٔ بالا، τ تنش برشی است و μ لزجت (ویسکوزیته یا گرانروی) سیال نامیده می‌شود که عامل انتقال تنش برشی از یک لایهٔ سیال به لایهٔ مجاور آن می‌باشد.

بررسی یک موضوع جالب

برای درک بهتر مفهوم لزجت، رابطهٔ $\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\mu}$ را با رابطه $\gamma = \frac{\tau}{G}$ (که مربوط به جسم جامد است) مقایسه می‌کنیم. در جامدات، G (مدول برشی که در مخرج کسر است) به نوعی عامل مقاوم در مقابل تغییر شکل‌های برشی است، به‌طوری‌که هرچه مقدار G برای جسم جامد بیشتر باشد، به‌ازای یک تنش برشی ثابت، تغییر شکل زاویه‌ای (γ) آن کمتر خواهد بود. به‌همین ترتیب می‌توان لزجت (μ) را نیز عامل مقاوم سیال در مقابل تغییر شکل‌های برشی تعریف کرد و نتیجه گرفت که هرچقدر لزجت یک سیال بیشتر باشد (سیال لزج‌تر باشد)، تحت یک تنش برشی ثابت، نرخ کرنش برشی آن ($\dot{\gamma}$) کمتر خواهد بود. تجسم و مقایسهٔ آب با روغن (که از آن لزج‌تر) است، تصور بهتری در مورد لزجت به شما می‌دهد.

B-۲- انواع لزجت

پس از آشنایی با مفهوم لزجت، اکنون در ادامهٔ بحث خود به معرفی انواع لزجت و نیز عوامل مؤثر بر این خاصیت (در هر دو حالت مایع و گاز) خواهیم پرداخت. انواع لزجت سیال را می‌توان به‌ترتیب اهمیت، به شرح صفحهٔ بعد بیان نمود:

الف) لزجت دینامیکی یا مطلق (μ)

واحدهای متداول لزجت دینامیکی ← $\begin{cases} N.s/m^2 = kg/m.s = Pa.s \\ gr/cm.s = Poise \quad \text{(پواز)} \end{cases}$ $\xrightarrow{\text{دیمانسیون}}$ $(ML^{-1}T^{-1})$ ← تبدیل واحد

$Pa.s = 10\ Poise$ ←

ب) لزجت سینماتیکی (ν)

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

واحدهای متداول لزجت سینماتیکی ← $\begin{cases} m^2/s \\ cm^2/s = st \quad \text{(استوک)} \end{cases}$ $\xrightarrow{\text{دیمانسیون}}$ (L^2T^{-1}) ← تبدیل واحد

$1\ m/s^2 = 10^4\ cm^2/s$ ←

در مورد لزجت و انواع آن، می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

۱) منظور از لزجت در حالت کلی، لزجت دینامیکی (مطلق) آن است، مگر آنکه صراحتاً به لزجت سینماتیکی اشاره شود. توجه کنید که لزجت سینماتیکی یک کمیت انتزاعی (ساختگی) است که توسط ما تعریف شده است.

۲) لزجت سیال (لزجت دینامیکی) فقط به دما بستگی دارد و ارتباطی با فشار آن ندارد ولی اثر دما بر لزجت در گازها و مایعات متفاوت است. در مایعات لزجت ناشی از جاذبهٔ بین مولکول‌های مایع است، بنابراین افزایش دما که سبب کاهش جاذبه بین مولکول‌های مایع می‌شود، لزجت را کم می‌کند. این در حالی است که در گازها لزجت ناشی از حرکت تصادفی مولکول‌ها و تبادل مومنتم بین آنها بوده و در نتیجه افزایش دما با افزودن بر فعالیت مولکول‌ها و بیشتر کردن حرکت تصادفی آنها، سبب بیشتر شدن لزجت می‌شود.

۳) لزجت سینماتیکی در مایعات، به علت ثابت بودن دانسیته، همانند لزجت دینامیکی فقط به دما بستگی دارد، این در حالی است که در گازها لزجت سینماتیکی علاوه بر دما به فشار گاز نیز مربوط می‌شود.

$$\begin{cases} \text{مایعات}: \nu = \dfrac{\mu}{\rho} \qquad (\rho = const) \\ \text{گازها}: \nu = \dfrac{\mu}{\rho} = \dfrac{\mu}{\frac{P}{RT}} = \dfrac{\mu RT}{P} \end{cases}$$

فرمول گازهای کامل که در فصل دوم به آن اشاره می‌شود. ←

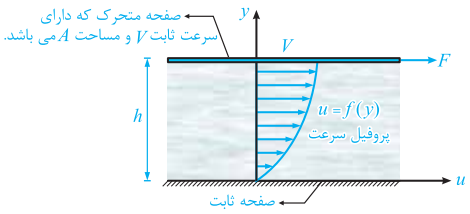
تمرین ۴: چگالی نسبی مایعی ۰/۷۸ و لزجت سینماتیکی آن برابر $10^{-6}\ m^2/s$ است. لزجت مایع چقدر است؟

● حل:

$$\mu = \rho\nu = S\rho_w\nu = 0/78\times1000\times10^{-6} = 7/8\times10^{-4}\ Pa.s$$

B-۳- قانون لزجت نیوتن

برای شروع بحث، مطابق شکل زیر سیالی را در نظر بگیرید که بین دو صفحه موازی و مسطح قرار گرفته است، به‌طوری‌که صفحهٔ پایینی ثابت بوده و صفحهٔ بالایی تحت تأثیر نیروی افقی F ، دارای سرعت ثابت V می‌باشد. در چنین شرایطی، یک تنش برشی به اندازهٔ $\frac{F}{A}$ به بالاترین لایهٔ سیال وارد می‌شود که البته این تنش، بین لایه‌های سیال منتقل شده و همانطور که در بخش (B ۱) گفتیم، عامل انتقال آن، لزجت سیال است. در ضمن در این شرایط لایه‌های سیال نیز به حرکت در می‌آیند که سرعت لایه‌ها را با u نشان داده و توسط پروفیل سرعت مشخص می‌شوند.



حال که با شرایط ایجاد و انتقال تنش برشی در یک سیال آشنا شدید، ممکن است این سؤال در ذهن شما ایجاد شود که **مقدار تنش برشی در لایه‌های سیال چگونه تعیین می‌شود؟**

نیوتن به‌طور تجربی و از طریق آزمایش متوجه شد که به هنگام جریان آرام (جریانی که ذرات سیال خطوط مستقیم و موازی را طی می‌کنند) در سیالاتی نظیر آب، روغن، بنزین و هوا، تنش برشی در امتداد جریان با تغییرات سرعت در امتداد عمود بر جریان متناسب است. وی بر همین اساس رابطه معروف خود را برای تعیین تنش برشی به‌صورت زیر ارائه کرد:

$$\tau \propto \frac{du}{dy} \xrightarrow{\text{اعمال ضریب تناسب}} \boxed{\tau = \mu(\frac{du}{dy})}$$

در رابطهٔ فوق که به **قانون لزجت نیوتن** معروف است، μ لزجت دینامیکی (مطلق) سیال است* و $\frac{du}{dy}$ نیز که معرف تغییرات سرعت در امتداد عمود بر جریان است، **گرادیان سرعت** نامیده می‌شود.

تذکر ۱: سیالاتی که از قانون لزجت نیوتن تبعیت می‌کنند (مثل آب، روغن و ...) سیالات نیوتنی و سیالاتی که از این قانون تبعیت نمی‌کنند (مثل خون، نشاسته و ...) سیالات غیر نیوتنی نامیده می‌شوند.

تذکر ۲: از مقایسهٔ رابطهٔ $\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\mu}$ با رابطهٔ مربوط به قانون لزجت نیوتن می‌توان گفت:

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = \frac{\tau}{\mu} \\ \tau = \mu(\frac{du}{dy}) \Rightarrow \frac{du}{dy} = \frac{\tau}{\mu} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\dot{\gamma} = \frac{du}{dy}}$$

پس $\frac{du}{dy}$ علاوه بر گرادیان سرعت، نشان دهندهٔ نرخ کرنش برشی (نرخ تغییر شکل زاویه‌ای) سیال نیز می‌باشد.

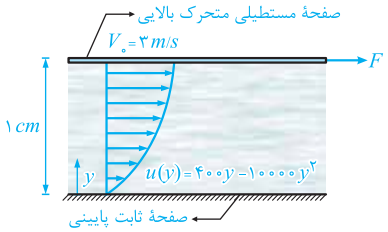
تذکر ۳: با داشتن تابع توزیع سرعت در سیال و به‌کارگیری رابطه قانون لزجت نیوتن می‌توان تنش برشی ایجاد شده در هر لایهٔ دلخواه از سیال را به‌دست آورد. برای این کار کافی است تا مشتق تابع سرعت نسبت به مکان را در محل موردنظر بیابیم و سپس حاصل را در لزجت سیال (μ) ضرب کنیم.

---

* μ در واقع ضریب تناسب رابطهٔ $\tau \propto \frac{du}{dy}$ می‌باشد.

در ادامه با حل دو تمرین جامع، با نحوهٔ محاسبهٔ تنش برشی در سیالات نیوتنی بیشتر آشنا می‌شوید:

تمرین ۳: در شکل روبرو دو صفحهٔ صلب توسط یک سیال با لزجت $\mu = ۰/۰۶\ kg/m.s$ و ضخامت $۱\ cm$ از هم جدا شده‌اند. صفحهٔ پایینی ثابت و بی‌نهایت بزرگ است ولی صفحهٔ بالایی مستطیلی با ابعاد $۴۰\ cm \times ۵۰\ cm$ می‌باشد که تحت اثر نیروی F، با سرعت ثابت $۳\ m/s$ به سمت راست در حرکت است.



برای این مجموعه:

الف) اگر تابع توزیع سرعت در سیال به‌صورت $u(y) = ۴۰۰y - ۱۰۰۰۰y^۲$ باشد، تنش برشی در لایهٔ وسط سیال چند Pa است؟ (در تابع مذکور، $u(y)$ برحسب m/s و y برحسب m می‌باشند.)

ب) تنش برشی را در بالاترین و پایین‌ترین نقطه از سیال تعیین کنید.

ج) مقدار نیروی F برای ایجاد حرکت ذکر شده در صفحهٔ بالایی را به‌دست آورید.

حل:

الف) برای یافتن تنش برشی در لایهٔ وسط سیال ($y = ۰/۵\ cm$) طبق قانون لزجت نیوتن می‌توان نوشت:

$$\tau_{(y=۰/۵\ cm = ۵\times۱۰^{-۳}\ m)} = \mu \frac{du}{dy}\Big]_{y=۵\times۱۰^{-۳}} = ۰/۰۶\times(۴۰۰ - ۲۰۰۰۰y)\Big]_{y=۵\times۱۰^{-۳}}$$

$$= ۰/۰۶\times(۴۰۰ - ۲۰۰۰۰\times۵\times۱۰^{-۳}) = ۱۸\ Pa$$

ب) مشابه قسمت (الف) تنش برشی در بالاترین ($y = ۱cm$) و پایین‌ترین ($y = ۰$) نقطه از سیال نیز به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\tau_{(y=۱cm = ۰/۱\ m)} = \mu\frac{du}{dy}\Big]_{y=۰/۱} = ۰/۰۶\times(۴۰۰ - ۲۰۰۰۰y)\Big]_{y=۰/۱} = ۰/۰۶\times(۴۰۰ - ۲۰۰۰۰\times۰/۱) = ۱۲\ Pa$$

$$\tau_{(y=۰)} = \mu\frac{du}{dy}\Big]_{y=۰} = ۰/۰۶\times(۴۰۰ - ۲۰۰۰۰y)\Big]_{y=۰} = ۰/۰۶\times(۴۰۰ - ۰) = ۲۴\ Pa$$

ج) برای تعیین مقدار نیروی F که بر صفحهٔ بالایی وارد می‌شود، با توجه به ثابت بودن سرعت این صفحه، رابطهٔ تعادل نیروهای وارد بر صفحهٔ مذکور را در راستای افق درنظر می‌گیریم. همانطور که در شکل نیز دیده می‌شود، علاوه بر نیروی F، یک سری تنش برشی نیز از طرف سیال بر زیر صفحه اثر می‌کنند که می‌خواهند به‌نوعی جلوی حرکت آن را بگیرند. از این‌رو می‌نویسیم:

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F = \tau A = \underbrace{\mu\left(\frac{du}{dy}\right)\Big]_{y=۰/۱}}_{\text{طبق قسمت (ب)} = ۱۲\ Pa} \times A$$

$$\Rightarrow F = (۱۲)(۰/۴\times۰/۵) = ۲/۴\ N$$

توجه کنید که چون معادلهٔ تعادل برای صفحهٔ متحرک بالایی نوشته شده است، بنابراین تنش برشی نیز در مجاورت این صفحه (یعنی نقطهٔ بالای سیال) و به ازای $y = ۰/۱m$ ملاک کار است.

تست‌های فصل اول

۱- ظرفی به حجم $500\ cc$ را از مایعی به چگالی ۰/۸ پر کرده‌ایم. کدامیک از گزینه‌های زیر در توصیف این مایع نادرست می‌باشد؟ ($g = 10\ m/s^2$)

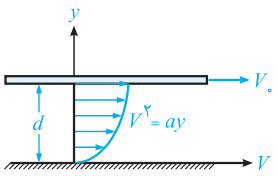
۱) جرم مخصوص این مایع $0/8\ ton/m^3$ است.

۲) مایع مورد نظر دارای وزن مخصوص $8\ kN/m^3$ می باشد.

۳) جرم این مایع ۵۰۰ گرم و حجم مخصوص آن $1/25\times10^{-3}\ m^3/kg$ است.

۴) مایع مورد نظر دارای وزن ۴ نیوتن می باشد.

۲- در شکل زیر سیالی با لزجت μ بین دو صفحه قرار دارد، به‌طوری که صفحه پائینی ثابت و صفحه بالایی با سرعت V حرکت می‌نماید. اگر توزیع سرعت بین این دو صفحه به‌صورت سهمی باشد، تنش برشی اعمال شده از سیال بر صفحه متحرک کدام است؟ (a پارامتر ثابتی فرض شود) (دیراسری ~ ۸۰)



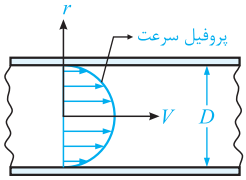
۱) $2\mu V.\ d$

۲) $\mu(\frac{V}{d})$

۳) $2\mu(\frac{V}{d})$

۴) $\frac{1}{2}\mu(\frac{V}{d})$

۳- آب در لوله‌ای جریان دارد و پروفیل توزیع سرعت در مقطعی از لوله توسط رابطه $V = \frac{\beta}{4\mu}(\frac{D^2}{4} - r^2)$ مشخص می‌شود. در این رابطه β مقداری ثابت، r فاصله شعاعی از محور لوله، D قطر لوله و V سرعت در فاصله r می‌باشد. تنش برشی وارد بر جدار لوله (τ_1) و تنش برشی در مرکز لوله (τ_2) چقدر می‌باشند؟



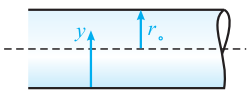
۱) $\tau_1 = \frac{\beta D}{2}$ و $\tau_2 = 0$

۲) $\tau_1 = 0$ و $\tau_2 = \frac{\beta D}{2}$

۳) $\tau_1 = \frac{\beta D}{4}$ و $\tau_2 = 0$

۴) $\tau_1 = 0$ و $\tau_2 = \frac{\beta D}{4}$

۴- توزیع سرعت در لوله‌ای به‌صورت $u = 2y - 5y^2$ است (yبرحسب متر و uبرحسب متر در ثانیه). لزجت برابر ۱ نیوتن ثانیه بر متر مربع و شعاع r_0 برابر ۰/۲۰ متر است. تنش برشی در دیواره لوله چقدر است؟ (دیراسری ~ ۷۲)



۱) ۱ پاسکال

۲) ۲ پاسکال

۳) صفر

۴) ۱/۵ پاسکال

پاسخ تست‌های فصل اول

۱- (۳)

برای سیال با اطلاعات داده شده، موارد مطرح شده در گزینه‌ها را می‌یابیم:

$$S=\frac{\rho}{\rho_w} \Rightarrow ۰/۸=\frac{\rho}{۱} \Rightarrow \rho=۰/۸\ gr/cm^۳=۰/۸\ ton/m^۳$$ (گزینهٔ (۱) صحیح است.)

$$\gamma=\rho g=۸۰۰\times۱۰=۸۰۰۰\ N/m^۳=۸\ kN/m^۳$$ (گزینهٔ (۲) صحیح است.)

$$V_s=\frac{۱}{\rho}=\frac{۱}{۸۰۰}=۱/۲۵\times۱۰^{-۳}\ m^۳/kg$$

$$\gamma=\frac{W}{V} \Rightarrow ۸۰۰۰=\frac{W}{۵۰۰\times۱۰^{-۶}} \Rightarrow W=۴N$$ (گزینهٔ (۴) صحیح است.)

$$\rho=\frac{M}{V} \Rightarrow ۰/۸=\frac{M}{۵۰۰} \Rightarrow M=۴۰۰\ gr$$ (گزینهٔ (۳) غلط است.)

توجه:

$$\rho=۰/۸\ gr/cm^۳=۸۰۰\ kg/m^۳$$

۲- (۴)

چون در گزینه‌ها پارامتر a دیده نمی‌شود، بنابراین اول از همه بایستی این پارامتر را با استفاده از شرایط مرزی بیابیم. برای این کار معادلهٔ داده شده برای پروفیل سرعت را در نظر گرفته و می‌نویسیم:

$$V^۲=ay \Rightarrow V(y)=\sqrt{ay} \xrightarrow[V=V_۰]{y=d} V_۰=\sqrt{ad} \Rightarrow a=\frac{V_۰^۲}{d}$$

که با جایگذاری مقدار a در عبارت $V(y)$ خواهیم داشت:

$$V(y)=\sqrt{\frac{V_۰^۲}{d}y}=V_۰\sqrt{\frac{y}{d}}$$

حال با استفاده از قانون لزجت نیوتن تنش برشی وارد بر صفحهٔ متحرک را می‌یابیم:

$$\tau(y)=\mu\frac{dV}{dy}=\mu\left(\frac{V_۰}{\sqrt{d}}\times\frac{۱}{۲\sqrt{y}}\right) \xrightarrow{y=d} \tau_{\text{صفحهٔ متحرک}}=\mu\left(\frac{V_۰}{\sqrt{d}}\times\frac{۱}{۲\sqrt{d}}\right)=\frac{۱}{۲}\mu\left(\frac{V_۰}{d}\right)$$

۳- (۳)

برای محاسبه تنش برشی در جداره و مرکز لوله، از قانون لزجت نیوتن (رابطهٔ مربوط به لوله‌ها) استفاده می‌کنیم:

$$\tau(r)=-\mu\frac{du}{dr}$$

مقدار $\frac{du}{dr}$ برای تابع توزیع سرعت داده شده برابر است با:

$$\frac{du}{dr}=\frac{d}{dr}\left[\frac{\beta}{۴\mu}\left(\frac{D^۲}{۴}-r^۲\right)\right]=\frac{d}{dr}\left[-\frac{\beta r^۲}{۴\mu}\right]=-\frac{\beta r}{۲\mu}$$

بنابراین تابع توزیع تنش برشی در لوله به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\tau(r)=-\mu\frac{du}{dr}=-\mu\times\left(-\frac{\beta r}{۲\mu}\right)=\frac{\beta r}{۲}$$