بسم الله الرحمن الرحیم

به‌نام یکتا مهندس هستی...

فهرست

فهرست

آزمون سراسری سال ۱۳۹۴ .... ۲۸۷

سخن مؤلفان

درس راهسازی یکی از دروس رشته مهندسی عمران است که در چند سال اخیر مجدداً به کنکور کارشناسی ارشد اضافه شده است. در واقع این درس در کنار دروس فولاد و بتن به‌عنوان یکی از دروس بخش طراحی ارائه می‌شود زیرا راهسازی و یا طرح هندسی راه جز دروسی است که به ما می‌آموزد که چگونه با کمک ایده‌های خلاقانه بین دو شهر و یا دو نقطه از یک شهر، مسیری بهینه طراحی کنیم و چگونه آنها را با قوس‌های متنوعی به یکدیگر ارتباط دهیم. در مقطع کارشناسی با قوس‌هایی مانند قوس دایره‌ای ساده، قوس دایره‌ای مرکب، قوس دایره‌ای معکوس، قوس قائم و منحنی اتصال کلوتوئیدی آشنا می‌شویم که در این کتاب تمامی این قوس‌ها مورد بررسی و ارزیابی کامل قرار گرفته‌اند.

از ویژگی‌های بارز این کتاب می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- ارائهٔ فصل‌های درس راهسازی به‌صورت زیر بخش‌های مجزا و کوچکتر که باعث افزایش سرعت یادگیری شما می‌شود.

۲- ایجاد یک روند جدید در آموزش مطالب، با کمک پرسیدن چند سؤال مفهومی در شروع هر بحث که درک شما را از مطالب بسیار بالا می‌برد (قسمت بررسی چند سؤال) و این موضوع کتاب را بسیار روان کرده است.

۳- تألیف سؤالات بسیار خوب، جامع و متنوع در قسمت‌های مختلف کتاب برای درک و تسلط‌بیشتر.

۴- استفاده از عکس‌ها و شکل‌های ساده و زیبا برای درک بهتر مطالب.

۵- جمع‌آوری سؤالات کنکور سراسری، آزاد و همچنین سؤالات تألیفی به منظور تکمیل مطالب درسی و همچنین پوشش کامل مطالب مهم نشریهٔ ۴۱۵ و مهمترین مراجع دانشگاهی در ایران.

همین ویژگی‌های کتاب باعث می‌شود تا با مطالعهٔ دقیق آن، بتوانید با تسلط کامل به تمامی سؤالات این درس در آزمون کارشناسی ارشد پاسخ دهید.

در خاتمه لازم است از جناب آقای دکتر شریفیان مدیریت مؤسسه سری عمران، جناب آقای دکتر آهنگر، جناب آقای مهندس شاکری و عوامل اجرایی مؤسسه جناب آقای فرزانه، سرکار خانم نجفی و ... که تمام تلاش خود را جهت ارائه هر چه بهتر این مجموعه به کار گرفتند، نهایت تشکر و قدردانی را داشته باشم.

در آخر علی‌رغم تلاش فراوانی که برای بازبینی این کتاب انجام شده است، وجود اشکال در آن غیرممکن نبوده و از اساتید گرانقدر و دانشجویان گرامی تقاضا می‌شود، پیشنهادات و انتقادات خود را در تالار گفتگوی سایت (www.serieomran.ir) مطرح نمایند.

«توفیق رفیق راهتان»

نیما ابراهیمی

قسمت اول (مفاهیم اولیه راهسازی)

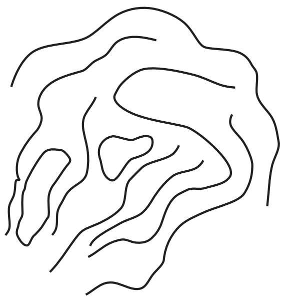
A-۱- درک اولیه از راهسازی

دو شهر A و B را در نقشه کشور عزیزمان ایران در نظر بگیرید که از نظر مسیر زمینی هیچگونه دسترسی مستقیمی به هم ندارند و به عبارت بهتر جابه‌جایی بین این دو شهر با وسیله نقلیه امکان‌پذیر نیست. حال فرض کنید می‌خواهیم بین این دو شهر دسترسی مستقیمی ایجاد کنیم به‌گونه‌ای که امکان تردد وسیله نقلیه بین این دو شهر ایجاد شود، برای این منظور بین آنها باید یک مسیر (راه) طراحی کنیم که به این کار راهسازی می‌گوییم. در ادامه با بررسی چند سؤال مفهومی تلاش می‌کنیم که درک اولیه خوبی از راه برای شما ایجاد کنیم:

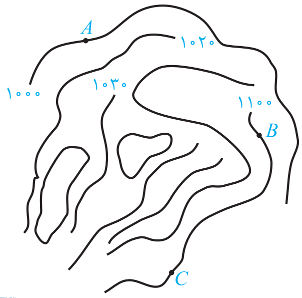
بررسی چند سوال

سؤال ۱: اولین گام برای داشتن دید مناسب جهت طراحی یک راه چیست؟

پاسخ: در اولین مرحله باید بدانیم دو شهر نسبت به هم چه اختلاف ارتفاعی دارند. برای این منظور از نقشه‌ای به نام نقشه **توپوگرافی** استفاده می‌شود این نقشه که از روی عکس‌های هوایی توسط مهندسین نقشه‌بردار تهیه می‌شود، در واقع ارتفاع نقاط را نسبت به یک تراز یا سطح مبنا (مثلاً سطح دریا) با کمک منحنی‌هایی به نام منحنی تراز مشخص می‌کنند. نمونه‌ای از یک نقشه توپوگرافی در شکل زیر مشخص شده است:



سؤال ۲: در نقشه توپوگرافی زیر در مورد شهرهای A، B و C چه اظهار نظری می‌توان کرد؟



● پاسخ: برای پاسخ به این سؤال به موارد زیر توجه کنید:

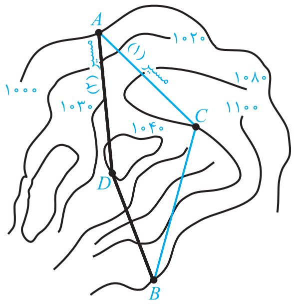
۱) نقطه A بر روی اولین منحنی تراز قرار دارد و با توجه به عدد ۱۰۰۰ متر یعنی ارتفاع این نقطه از سطح دریا ۱۰۰۰ متر است.

۲) نقاط B و C بر روی یک منحنی تراز قرار دارند و این یعنی ارتفاع نقاط B و C یکسان است.

۳) اختلاف ارتفاع نقاط A و B برابر ۱۰۰ متر است، یعنی:

$$\Delta h_{AB} = h_B - h_A \Rightarrow \Delta h_{AB} = 1100 - 1000 = 100\,m$$

سؤال ۳: در نقشه توپوگرافی مقابل برای رسیدن از A به B دو مسیر آبی و مشکی رنگ نشان داده شده است. مفهوم این دو مسیر چیست؟



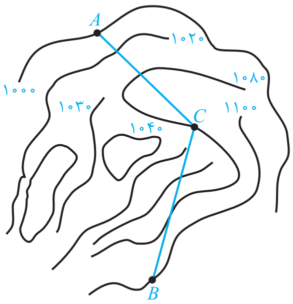
● پاسخ: از این شکل مفاهیم زیر برداشت می‌شود:

۱- در مسیر شماره (۱) برای رسیدن از A به B ابتدا از A به C (که ۸۰ متر با A اختلاف ارتفاع دارد) می‌رویم و سپس از C به نقطه B (که ۲۰ متر با C اختلاف ارتفاع دارد) رفته‌ایم.

۲- در مسیر شماره (۲) برای رسیدن از A به B ابتدا از A به D (که ۴۰ متر با A اختلاف ارتفاع دارد) می‌رویم و سپس از D به نقطه B (که ۶۰ متر با D اختلاف ارتفاع دارد) رفته‌ایم.

این موضوع یعنی برای رسیدن از نقطه A (نقطه مبدأ) به نقطه B (نقطه مقصد) می‌توان از هر راهی که می‌شود، مسیر را طراحی کرد. اما باید دقت شود که این مسیر دارای ویژگی‌های خاصی است که در ادامه بیشتر راجع به آنها بحث خواهیم کرد.

سؤال ۴: فرض کنید که در نقشه توپوگرافی مقابل قید شده است که راه باید حتماً از نقطه C بگذرد، اینگونه الزامات در راهسازی به چه منظوری آورده می‌شود؟



● پاسخ: همواره در طراحی یک راه علاوه بر اینکه از نقاط مبدأ و مقصد می‌گذریم باید از برخی شهرها و مکان‌های دیگر نیز عبور کنیم این موضوع به منظور تحقق یافتن اهدافی است که از مسیر طراحی شده انتظار داریم. این نقاط، **نقاط اجباری** نام دارند. به‌عنوان مثال، هنگامی‌که می‌خواهیم از تهران به چالوس حرکت کنیم، لزوماً از شهر کرج عبور می‌کنیم.

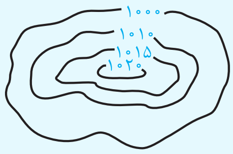
جمع‌بندی: از بحث‌های گفته شده می‌توان فهمید که برای رسیدن از شهر A به شهر B، مسیرهای مختلفی وجود دارد (هر یک از آنها یک واریانت نام دارد) اما بایستی در انتخاب مسیر دو موضوع اصلی زیر لحاظ شود:

۱) مسیر لزوماً از نقاط اجباری موردنظرمان عبور کرده باشد.

۲) در طی مسیر ترجیحاً اختلاف ارتفاع‌های کمتری را تجربه کرده باشیم.

بررسی یک سوال آموزشی

نقشه‌های توپوگرافی (منحنی‌های میزان) را برای دو حالت مختلف زیر در نظر بگیرید:



شکل (۲)

شکل (۱)

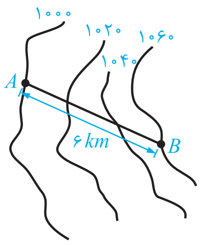
به نظر شما این منحنی‌های میزان چه تفاوتی با هم دارند؟

پاسخ: همانطورکه مشاهده می‌شود در شکل (۱) ارتفاع نقاط بر روی منحنی‌های میزان در حال کم شدن و در شکل (۲) ارتفاع نقاط بر روی منحنی‌های میزان در حال زیاد شدن است. در این حالت اگر:

۱) منحنی‌های میزان، دارای خطوطی بسته باشند و ارتفاع آنها از داخل به خارج زیاد شود، منحنی‌های مذکور بیانگر **گودال** می‌باشند.

۲) منحنی میزان، دارای خطوط بسته باشند و ارتفاع آنها از داخل به خارج کم شود، منحنی‌های مذکور بیانگر **تپه (کوه)** می‌باشند.

در ادامه به بررسی چند تمرین که مفاهیم جالبی را در خود دارد توجه کنید:



تمرین ۱: در شکل مقابل دو شهر A و B که فاصله افقی آنها ۶ کیلومتر است توسط مسیر AB به هم وصل شده‌اند:

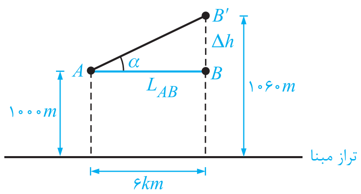
الف) آیا مسیر AB یک مسیر افقی است یا دارای شیب می‌باشد؟

ب) شیب مسیر AB چقدر است؟

حل:

الف) احتمالاً با ما موافق هستید که دو شهر A و B به‌دلیل داشتن یک اختلاف ارتفاع نمی‌توانند توسط یک خط افقی به هم وصل شوند و به‌طور یقین توسط یک خط مایل که دارای شیب است به هم متصل شده‌اند.

ب) برای پاسخ به این قسمت باید مفهوم منحنی توپوگرافی را بهتر درک کنیم، به شکل زیر دقت کنید:



این شکل که با کمک اطلاعات نقشه توپوگرافی به‌دست آمده است، همزمان هم اختلاف ارتفاع نقاط A و B را نسبت به تراز مبنا در خود دارد هم فاصله افقی آنها را در خود نشان می‌دهد. با کمک این شکل می‌فهمیم که تانژانت زاویه α عملاً شیب متوسط مسیر رسم شده از A به B را نشان می‌دهد که به آن شیب طولی می‌گوییم که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{شیب } A \text{ تا } B = \tan\alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{\text{اختلاف ارتفاع دو نقطه}}{\text{فاصله افقی دو نقطه از یکدیگر}} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{۶۰}{۶۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۱\%$$

بررسی مفاهیم کاربردی

۱) در یک منحنی توپوگرافی دو نقطه فرضی A و B که با یکدیگر اختلاف ارتفاع Δh دارند، شیب طولی مسیر وصل شده بین آنها به‌صورت درصد بیان می‌شود و عبارت است از:

$$(i)\ \text{شیب طولی مسیر} = \frac{\text{اختلاف ارتفاع دو نقطه}}{\text{فاصله افقی دو نقطه از یکدیگر}} = \frac{\Delta h}{L_{AB}} \times ۱۰۰$$

۲) شیب طولی زیاد، یعنی در یک مسیر مشخص اختلاف ارتفاع زیادی وجود دارد که این موضوع ایده‌آل نمی‌باشد.

۳) به‌طور کلی اجازه نداریم که شیب مسیر از یک مقدار مشخصی بیشتر باشد که به این مقدار مشخص i_{max} (حداکثر شیب طولی جاده) می‌گویند و مقدار آن به نوع مسیر بستگی دارد و توسط آیین‌نامه مشخص می‌شود (در قسمت‌های بعدی این فصل در مورد آن بیشتر صحبت خواهیم کرد).

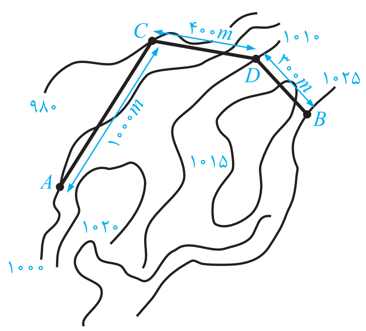
۴) فرض کنید بین دو منحنی تراز مسیرهای مختلفی را رسم کرده‌ایم، کوتاهترین مسیر در این حالت مسیری است که دارای شیب بیشتری باشد، یعنی:

$$\boxed{i_{max} = \frac{\Delta h}{L_{min}}}$$

تمرین ۲: در شکل مقابل مسیر پیشنهادی یک مهندس برای رفتن از نقطه A به نقطه B و عبور اجباری از نقطه C به‌صورت مقابل پیشنهاد شده است. اگر حداکثر شیب طولی مجاز مسیر ۴ درصد باشد:

الف) آیا اجرای این مسیر مجاز است؟

ب) برای مجاز شدن این مسیر چه راهکاری را پیشنهاد می‌کنید؟



حل:

الف) ابتدا با توجه به نقشه مشخص شده شیب مجاز جاده را برای قسمت‌های مختلف محاسبه می‌کنیم:

$$\text{شیب از } A \text{ تا } C = \frac{\Delta h}{L_{AC}} = \frac{۱۰۰۰-۹۸۰}{۱۰۰۰} = \frac{۲۰}{۱۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۲٪ < ۴٪$$

چون شیب موجود کمتر از شیب مجاز است، بنابراین طراحی این قسمت از مسیر، مجاز می‌باشد.

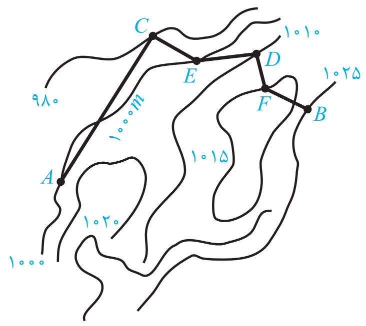
$$\text{شیب از } C \text{ تا } D = \frac{\Delta h}{L_{CD}} = \frac{۱۰۱۰-۹۸۰}{۴۰۰} = \frac{۳۰}{۴۰۰} \times ۱۰۰ = ۷/۵٪ > ۴٪$$

چون شیب موجود بیشتر از شیب مجاز است، بنابراین طراحی این قسمت از مسیر مجاز نمی‌باشد.

$$\text{شیب از } D \text{ تا } B = \frac{\Delta h}{L_{BC}} = \frac{۱۰۲۵-۱۰۱۰}{۳۰۰} = \frac{۱۵}{۳۰۰} = ۵٪ > ۴٪$$

چون شیب موجود بیشتر از شیب مجاز است، بنابراین طراحی این قسمت از مسیر هم مجاز نمی‌باشد.

ب) اگر بخواهیم طراحی این مسیر مجاز شود، می‌توان از راهکار زیـر استفاده کرد:



از آنجایی‌که طراحی مسیر از A تا C مجاز است بنابراین این مسیر را همانگونه باقی می‌گذاریم. اما با توجه بـه غیرمجـاز بـودن مـسیرهای CD و DB می‌توان هر کدام از آنها را بـه دو مـسیر شکـسته تبـدیل کرد. یعنی می‌توان مسیر CD را به دو مسیر CE و ED و مسیر DB را به دو مسیر DF و FB تبدیل کرد به‌گونه‌ای که شیب آنهـا کمتـر از ۴٪ شود، یعنی داریم:

$$۱)\ CE \text{ مسیر}: \frac{\Delta h}{L_{CE}} < ۴\% \Rightarrow \frac{۱۰۰۰-۹۸۰}{L_{CE}} < ۴\% \Rightarrow \frac{۲۰}{L_{CE}} < ۰/۰۴ \Rightarrow L_{CE} > ۵۰۰\,m$$

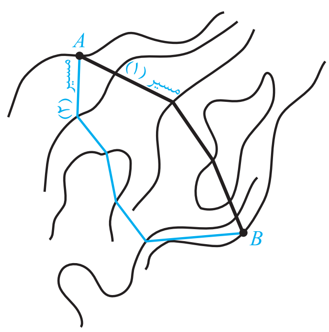
$$۲)\ ED \text{ مسیر}: \frac{\Delta h}{L_{ED}} < ۴\% \Rightarrow \frac{۱۰۱۰-۱۰۰۰}{L_{ED}} < ۰/۰۴ \Rightarrow \frac{۱۰}{L_{ED}} < ۰/۰۴ \Rightarrow L_{ED} > ۲۵۰$$

$$۳)\ DF \text{ مسیر}: \frac{\Delta h}{L_{DF}} < ۴\% \Rightarrow \frac{۱۰۱۵-۱۰۱۰}{L_{DF}} < ۰/۰۴ \Rightarrow \frac{۵}{L_{DF}} < ۰/۰۴ \Rightarrow L_{DF} > ۱۲۵\,m$$

$$۴)\ FB \text{ مسیر}: \frac{\Delta h}{L_{DB}} < ۴\% \Rightarrow \frac{۱۰۲۵-۱۰۱۵}{L_{FB}} < ۰/۰۴ \Rightarrow \frac{۱۰}{L_{FB}} < ۰/۰۴ \Rightarrow L_{FB} > ۲۵۰\,m$$

به عنوان مثال $L_{CE} > ۵۰۰\,m$ یعنی باید برای مسیر CE طولی مشخص کنیم که بزرگتر از ۵۰۰ متـر باشـد تـا شیب جاده کمتر از ۴ درصد شود و به طبع $L_{ED} > ۲۵۰\,m$ و $L_{DF} > ۲۵۰\,m$، یعنـی طـول ایـن مـسیرها بایـد بزرگتر از ۲۵۰ متر باشد تا شیب مجاز جاده رعایت شود.

تمرین ۳: در شکل مقابـل توسـط دو مـسیر از شـهر A بـه شـهر B رسیده‌ایم و در روند طراحی نقطه اجباری وجود ندارد. اگر دو مـسیر از نظر شیب طولی مشکل نداشته باشند، کدام‌یک از دو مسیر بهینـه‌تـر است؟



● **حل:** به‌طور کلی می‌توان گفت هر چقدر مسیر به خط مستقیم نزدیک‌تر باشد (با در نظر گـرفتن شـیب طـولی جاده) و خطوط شکسته کمتری در مسیر به کار رود مسیر اقتصادی‌تر است یعنی می‌توان گفت مسیر شماره (۱) بهینه‌تر از مسیر شماره (۲) می‌باشد، زیرا شکستگی‌های مسیر کمتر است. در ادامه فصل خواهیم خواند کـه ایـن مسیرهای شکسته توسط قوس‌های افقی (دایره‌ای) به یکدیگر متصل می‌شوند. بنابراین مـی‌تـوان گفـت هـر چـه مسیر دارای شکستگی کمتری باشد، قوس‌هایی که در آن به‌کار می‌رود کمتر است.

تذکر: حال ممکن است از خود بپرسید، پاره‌خط‌های کوچکتری که شیب آنها از شیب ماکزیمم بیشتر نمی‌باشد را چگونه باید رسم کنیم؟ پاسخ آن است که این کار با روش بسیار ساده به نام **روش پرگار** انجام می‌شود کـه در قسمت‌های بعدی آن را به‌صورت مرحله به مرحله به شما آموزش می‌دهیم.

A-۲- مقیاس

فرض کنید می‌خواهیم مسیر دو شهر A و B که ۱۰۰۰ کیلومتر از یکدیگر فاصله دارند را در یک نقشه رسم کنیم. به‌طور یقین با ما موافق هستید که ۱۰۰۰ کیلومتر را نمی‌توان با اندازه واقعی بر روی یک ورق نشان داد. برای نشان دادن این فاصله از مقیاس استفاده می‌کنیم مقیاس یک نقشه به‌صورت زیر محاسبه می‌شود که به آن مقیاس عددی گفته می‌شود:

$$\text{مقیاس عددی} = \frac{\text{فاصله بین دو نقطه روی نقشه}}{\text{فاصله بین دو نقطه در واقعیت (بر روی زمین طبیعی)}}$$

مثالی برای درک بهتر

اگر فاصله دو نقطه در واقعیت $10\,km$ باشد، در یک نقشه با مقیاس $\frac{1}{50000}$ فاصله دو نقطه به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{مقیاس نقشه} = \frac{\text{فاصله بین دو نقطه روی نقشه}}{\text{فاصله بین دو نقطه در واقعیت}} \Rightarrow \frac{1}{50000} = \frac{\text{فاصله بین دو نقطه روی نقشه}}{10\,km}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله بین دو نقطه در نقشه} = \frac{10\,km}{50000} = 0/0002\,km = 0/2\,m = 20\,cm$$

عدد ۰/۲ متر یعنی فاصله این دو نقطه روی نقشه $\frac{1}{50000}$ برابر با $20\,cm$ می‌باشد.

در ادامه برای درک بیشتر از مقیاس به تمرین‌های زیر توجه کنید:

تمرین ۴: فاصله دو نقطه مشخص در یک نقشه به مقیاس $\frac{1}{5000}$ برابر ۴۵ سانتی‌متر است، فاصله این دو نقطه روی زمین طبیعی چند متر است؟

۱) ۲۲۵۰۰۰ ۲) ۲۲۵۰۰ ۳) ۲۲۵ ۴) ۲۲۵۰

حل: با توجه به تعریف مقیاس می‌توانیم به‌صورت زیر عمل کنیم:

$$\text{مقیاس} = \frac{\text{فاصله بین دو نقطه روی نقشه}}{\text{فاصله بین دو نقطه روی زمین}} \Rightarrow \frac{1}{5000} = \frac{45\,cm}{\text{فاصله دو نقطه روی زمین}}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله دو نقطه روی زمین} = 5000 \times 45 = 225000\,cm = 2250\,m$$

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

تمرین ۵: فاصله دو نقطه مشخص در یک نقشه به مقیاس $\frac{1}{200}$ برابر ۸ سانتی‌متر است. برای نمایش فاصله آن دو نقطه روی یک نقشه به مقیاس $\frac{1}{2500}$ چه طولی را بر حسب میلی‌متر باید جدا کرد؟

۱) ۳/۴ ۲) ۶/۸ ۳) ۶/۴ ۴) ۸/۲

حل: با توجه به روندی که یاد گرفتیم می‌توانیم به‌صورت زیر عمل کنیم:

$$\text{مقیاس} = \frac{\text{فاصله بین دو نقطه روی نقشه}}{\text{فاصله بین دو نقطه در واقعیت}} \Rightarrow \frac{1}{200} = \frac{8\,cm}{\text{فاصله بین دو نقطه در واقعیت}}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله بین دو نقطه در واقعیت} = 1600\,cm$$

حال اندازه $1600\,cm$ دو نقطه بر روی زمین را در مقیاس $\frac{1}{2500}$ بر روی نقشه به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{1600}{2500} = \text{فاصله دو نقطه روی نقشه} \Rightarrow \frac{\text{فاصله دو نقطه روی نقشه}}{1600\,cm} = \frac{1}{2500}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله دو نقطه روی نقشه} = 0/64\,cm = 6/4\,mm$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

تمرین ۶: یک زمین مستطیلی شکل با ابعاد $200\,m \times 500\,m$ را در یک نقشه با مقیاس $\frac{1}{2000}$ رسم کرده‌ایم، مساحت این زمین در نقشه چند سانتی‌متر مربع است؟

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۰۲۵ ۳) ۲۵۰ ۴) ۰/۰۰۲۵

● حل: با توجه به تعریف مقیاس ابتدا طول هر یک از ابعاد زمین را بر روی نقشه به‌دست می‌آوریم:

$$\text{مقیاس} = \frac{\text{فاصله بین دو نقطه روی نقشه}}{\text{فاصله بین دو نقطه روی زمین}} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\text{فاصله دو نقطه روی نقشه}}{200\,m} = \frac{1}{2000} \\ \frac{\text{فاصله دو نقطه روی نقشه}}{500\,m} = \frac{1}{2000} \end{cases}$$

$$\text{فاصله روی نقشه برای طول ۲۰۰ متری} = 200 \times \frac{1}{2000}$$

$$\text{فاصله روی نقشه برای طول ۵۰۰ متری} = 500 \times \frac{1}{2000}$$

حال با توجه به تعریف مساحت داریم:

$$\text{مساحت زمین روی نقشه} = \left[200 \times \frac{1}{2000}\right] \times \left[500 \times \frac{1}{2000}\right] = \underbrace{[200 \times 500]}_{\text{مساحت زمین در حالت طبیعی}} \times \left[\frac{1}{2000}\right]^2$$

$$\text{مساحت زمین روی نقشه} = 100000\left[\frac{1}{4000000}\right] = 0/025\,m^2 \times 10^4 = 250\,cm^2$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

نتیجه‌گیری

به‌عنوان یک نتیجه‌گیری کلی می‌توان گفت:

$$(\text{مقیاس})^2 = \frac{\text{مساحت روی نقشه}}{\text{مساحت روی زمین طبیعی}}$$

تمرین ۷: در نقشه‌ای به مقیاس $\frac{1}{50}$، مساحت پلانی ۵۰ سانتی‌متر مربع اندازه‌گیری شده است. مساحت واقعی این پلان روی زمین طبیعی چند متر مربع است؟

۱) ۱۲۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۲۵۰

● حل: با توجه به نتیجه‌گیری به‌دست آمده از مقیاس می‌توان گفت:

$$\frac{\text{مساحت روی نقشه}}{\text{مساحت روی زمین طبیعی}} = (\text{مقیاس})^2 \Rightarrow \frac{50\,cm^2}{\text{مساحت روی زمین طبیعی}} = \left(\frac{1}{50}\right)^2$$

$$\Rightarrow \text{مساحت روی زمین طبیعی} = 50 \times 50^2 = 125000\,cm^2 \times 10^{-4} = 12/5\,m^2$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

کمی توجه

به‌طور کلی در مباحث نقشه‌کشی و نقشه‌برداری مقیاس‌های متنوعی برای رسم خطوط وجود دارد که در زیر انواع مقیاس‌ها معرفی شده‌اند:

$$\frac{۱}{۱}،\frac{۱}{۱۰}،\frac{۱}{۵۰}،\frac{۱}{۱۰۰}،\frac{۱}{۲۰۰}،\frac{۱}{۲۵۰}،\frac{۱}{۵۰۰}،\frac{۱}{۱۰۰۰}،\frac{۱}{۲۰۰۰}،\frac{۱}{۵۰۰۰} \text{ و ...}$$

از آنجایی‌که مسیرهایی که در راهسازی ساخته می‌شوند بزرگ هستند، بنابراین باید از مقیاس‌هایی که کسر کوچکتری دارند مانند $\frac{۱}{۲۰۰۰}$، $\frac{۱}{۵۰۰۰}$ و ... استفاده کنیم. به‌عنوان مثال، مقیاس $\frac{۱}{۵۰۰۰}$ یعنی نقشه موردنظر ۵۰۰۰ برابر کوچک شده است.

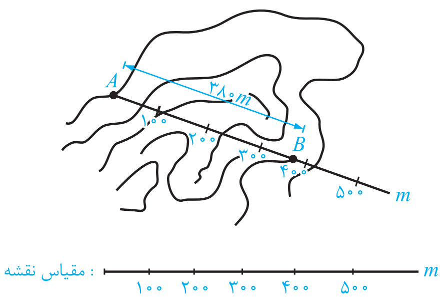
مقیاس خطی

یکی دیگر از مقیاس‌هایی که در راهسازی کاربرد دارد مقیاس خطی است. همانطورکه از نام این مقیاس مشخص است، آن را به‌صورت خطی در نقشه‌ها رسم می‌کنند. در شکل‌های زیر دو نمونه از انواع مقیاس‌های خطی کشیده شده است:

در نقشه‌های توپوگرافی معمولاً علاوه بر مقیاس عددی، مقیاس خطی نیز به‌کار می‌رود. از ویژگی‌های این نوع مقیاس می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

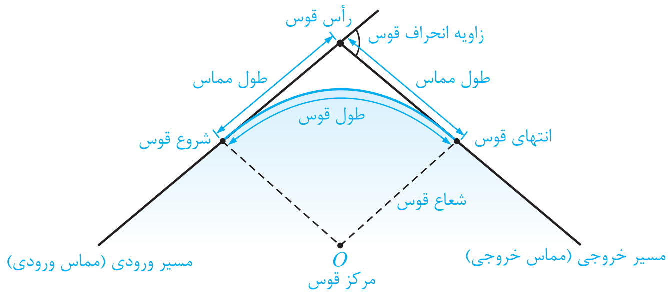
۱) خطی مدرج که در مقیاس نقشه، طول‌های معلومی را نشان می‌دهد.
۲) استفاده از مقیاس خطی برای اندازه‌گیری مسافت‌های زیاد روی نقشه بسیار ساده است.
۳) می‌توان با اندازه گرفتن طول موردنظر روی نقشه به وسیله خط‌کش و یا پرگار، آن را روی مقیاس خطی بگذاریم و به‌طور مستقیم مسافت حقیقی را روی نقشه بخوانیم.
۴) اگر نقشه در اثر عوامل جوی تغییر بعد بدهد، مقیاس خطی هم تغییر بعد می‌دهد و اندازه‌گیری با این مقیاس روی نقشه با مقدار افقی آن در زمین مطابقت می‌کند.

به عنوان مثال در شکل زیر که بخشی از نقشه توپوگرافی است و مقیاس نقشه در آن مشخص شده است، فاصله دو نقطه A و B با توجه به مقیاس آن تقریباً برابر با ۳۸۰ متر می‌باشد.



قسمت اول (اجزای قوس دایره‌ای ساده)

در این فصل، قوس دایره‌ای ساده را با هم بررسی می‌کنیم. این نوع قوس همانطور که از نامش نیز پیداست، کمانی از یک دایره به شعاع (R) است که بر دو مسیر مستقیم (مسیر ورودی و مسیر خروجی) مماس بوده و آنها را به هم متصل می‌کند. در شکل زیر نمای کلی یک نمونه قوس دایره‌ای ساده نشان داده شده است:



قوس‌های دایره‌ای اجزایی دارند که در ادامه با آنها آشنا شده و نحوه محاسبه آنها را یاد خواهیم گرفت.

با کمی دقت متوجه خواهید شد، اجزای قوس دایره‌ای ساده را می‌توان به سه دسته نقاط، زوایا و طول‌ها تقسیم کرد. با آشنایی این سه دسته به تمامی اجزای مهم قوس دایره‌ای مسلط خواهیم شد. در جدول زیر این اجزا به‌صورت کلی معرفی شده‌اند:

اجزای قوس دایره‌ای		
نقاط قوس دایره‌ای	زوایای قوس دایره‌ای	طول‌های قوس دایره‌ای
رأس قوس نقطه شروع قوس نقطه انتهای قوس نقطه وسط قوس	زاویه انحراف قوس زاویه رأس قوس درجه قوس	طول قوس طول مماس طول وتر قوس فاصله رأس قوس تا وسط قوس

A-۱- نقاط قوس دایره‌ای ساده

در این قسمت می‌خواهیم با نقاط مختلف یک قوس دایره‌ای ساده آشنا شویم. همانطور که در جدول فوق نیز مشاهده کردید نقاط مختلف در یک قوس دایره‌ای عبارتند از:

۱ رأس قوس یا سومه
۲ نقطه شروع قوس
۳ نقطه انتهای قوس
۴ نقطه وسط قوس

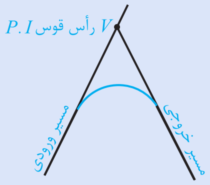
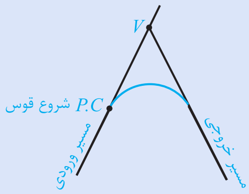
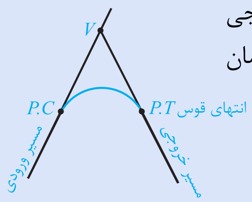
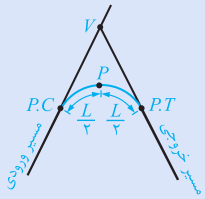
زیر شاخه‌های قسمت اول

A-۱- نقاط قوس دایره‌ای ساده

A-۲- زوایای قوس دایره‌ای ساده

A-۳- طول اجزا در قوس دایره‌ای ساده

این نقاط را در جدول زیر بررسی می‌کنیم:

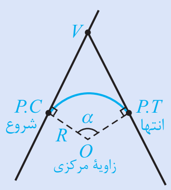
نقاط قوس دایره‌ای ساده	
۱- **رأس قوس یا سومه:** محل تقاطع دو مسیر مستقیم (ورودی و خروجی) در پلان مسیر، رأس قوس یا سومه می‌نامند و با حرف V و یا $P.I$ نمایش داده می‌شود.	
۲- **شروع قوس:** شروع کمان دایره یعنی محل تماس مسیر مستقیم ورودی با قوس دایره‌ای را نقطه شروع قوس می‌نامند و آن را با $P.C$ و یا $T.C$ نمایش می‌دهند.	
۳- **انتهای قوس:** انتهای کمان دایره، یعنی محل تماس مسیر مستقیم خروجی با قوس دایره‌ای را انتهای قوس می‌نامند و آن را با $P.T$ و یا $C.T$ نشان می‌دهند.	
۴- **وسط قوس:** وسط کمان دایره (از $P.C$ تا $P.T$) را نقطه وسط قوس یا میانهٔ قوس می‌نامند و آن را با حرف P نمایش می‌دهند.	

A-۲- زوایای قوس دایره‌ای ساده

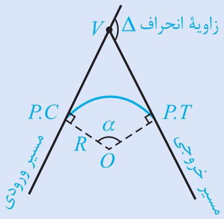
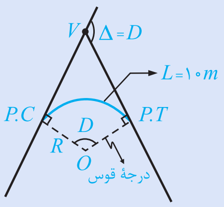
در یک قوس دایره‌ای، سه زاویه اصلی زیر حائز اهمیت است:

۱ زاویه مرکزی قوس ۲ زاویه انحراف قوس ۳ درجه قوس

این زوایا را در جدول زیر بررسی می‌کنیم:

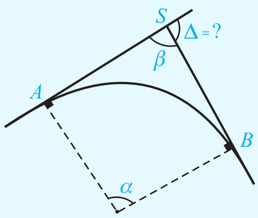
زوایای قوس دایره‌ای ساده	
۱- **زاویه مرکزی قوس:** زاویهٔ روبرو به کمانی از دایره (از شروع تا انتهای قوس) که رأس آن در مرکز قوس دایره واقع شده است را زاویه مرکزی قوس می‌نامند و آن را با α نمایش می‌دهند.	

ادامه جدول صفحهٔ قبل

زوایای قوس دایره‌ای ساده
۲- زاویه انحراف قوس: میزان زاویهٔ انحراف بین دو مسیر مستقیم ورودی و خروجی را زاویه انحراف قوس (زاویه تقاطع) می‌نامند. این زاویه به‌سادگی از محل تقاطع دو خط در نقطه رأس به‌دست می‌آید که با توجه به شکل برابر Δ می‌باشد. 
۳- درجهٔ قوس: اگر طول یک قوس را ۱۰ متر فرض کنیم، زاویه مرکزی روبرو به این کمان را درجهٔ قوس نامیده و آن را با حرف D نمایش می‌دهیم.  $L=۱۰m=R.D^{*}\Rightarrow D^{rad}=\frac{۱۰}{R_m}$ $\xrightarrow{۱\,rad=\frac{۱۸۰^\circ}{\pi}} D^\circ=\frac{۱۰}{R}\times\frac{۱۸۰}{\pi}\Rightarrow D=\frac{۵۷۲/۹۶}{R}\simeq\frac{۵۷۳}{R}$ * طول یک کمان برابر است با حاصل‌ضرب زاویه مرکزی روبروی کمان در شعاع قوس.

بررسی یک نکته پرکاربرد

در یک قوس دایره‌ای ساده، زاویه مرکزی قوس (α) با زاویه انحراف قوس (Δ) برابر است. برای اثبات این موضوع شکل مقابل را در نظر بگیرید:



$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{\alpha}+\hat{\beta}=۳۶۰^\circ \xrightarrow{\hat{A}=\hat{B}=۹۰^\circ} ۹۰^\circ+۹۰^\circ+\hat{\alpha}+\hat{\beta}=۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{\alpha}+\hat{\beta}=۱۸۰^\circ \quad (I)$$

مجموع زوایای β و Δ نیز ۱۸۰° است:

$$\hat{\Delta}+\hat{\beta}=۱۸۰^\circ \quad (II)$$

بنابراین با توجه به رابطه (I) و (II) داریم:

$$\hat{\alpha}+\hat{\beta}=\hat{\Delta}+\hat{\beta}\Rightarrow \boxed{\hat{\alpha}=\hat{\Delta}}$$

A-۳- طول اجزا در قوس دایره‌ای ساده

پس از آشنایی با نقاط و زوایا در یک قوس دایره‌ای ساده، نوبت آشنا شدن با مبحث بسیار مهم طول اجزا در قوس دایره‌ای ساده می‌رسد. به‌طور کلی هر قوس دایره‌ای ساده دارای دو پارامتر اصلی است:

۱) زاویه انحراف قوس (Δ)

۲) شعاع قوس (R)

تست‌های فصل دوم *

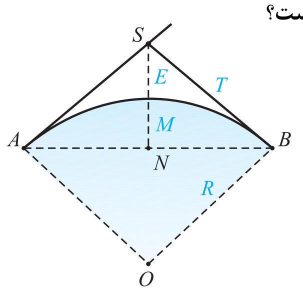
۱- در یک قوس دایره‌ای ساده با زاویه انحراف $\frac{\pi}{۲}$ و درجه قوس $۵/۷۳^\circ$، کوتاهترین فاصله نقطه شروع قوس تا نقطه انتهای قوس و همچنین طول تانژانت مسیر به‌ترتیب چند متر هستند؟

۱) $۱۰۰\sqrt{۲}$ و ۱۰۰   ۲) ۱۰۰ و $۱۰۰\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{۱۰۰}{\sqrt{۲}}$ و ۱۰۰   ۴) $\frac{۱۰۰}{\sqrt{۲}}$ و $۱۰۰\sqrt{۲}$

۲- در طراحی یک جاده، از قوسی با طول وتر بزرگ ۲۴۰ متر و طول تانژانت ۱۵۰ متر استفاده شده است. اگر فاصله رأس قوس تا وسط قوس ۵۰ متر باشد، شعاع قوس چند متر است؟

۱) ۳۶۰   ۲) ۲۷۰   ۳) ۳۰۰   ۴) ۲۰۰

۳- با توجه به شکل زیر کدام‌یک از روابط زیر بین اجزای قوس دایره‌ای صحیح نیست؟



۱) $T > E$

۲) $M > E$

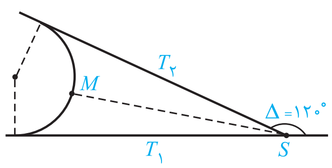
۳) $T > M$

۴) $M < R$

۴- در یک قوس دایره‌ای ساده طول مماس قوس برابر ۲۰۰ متر است. اگر زاویه انحراف قوس ۹۰ درجه باشد، آنگاه طول بیرونی قوس چند برابر طول میانی قوس است؟ $(D = ۲/۸۶^\circ)$

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) ۲   ۴) $۲\sqrt{۲}$

۵- در پلان مسیر شکل زیر از قوس دایره‌ای به شعاع ۱۲۰ متر استفاده شده است. اندازه فاصله MS چقدر است؟



۱) ۱۲۰ متر

۲) ۱۳۰ متر

۳) ۱۲۵ متر

۴) ۱۱۵ متر

۶- طول خارجی قوس را می‌توان با استفاده از کدام‌یک از گزینه‌های زیر به‌دست آورد؟

۱) $T\sin\frac{\Delta}{۲}$ ۲) $R\sin\frac{\Delta}{۴}$ ۳) $T\tan\frac{\Delta}{۴}$ ۴) $T\sin\frac{\Delta}{۴}$

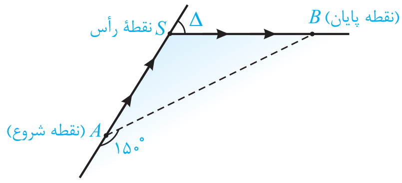
۷- شعاع قوس افقی در جاده‌ای ۵۰۰ متر و زاویه خارجی قوس ۶۰° است. کوتاهترین فاصله بین شروع و انتهای قوس برای این جاده چند متر است؟ (سراسری - ۷۳)

۱) ۱۰۰۰   ۲) ۶۰۰   ۳) ۱۲۰۰   ۴) ۵۰۰

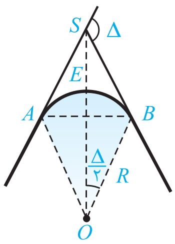
* تست‌هایی که در کنار آنها علامت * زده شده است، تست‌هایی هستند که درجه سختی آنها کمی زیاد است.

۸- در پلان زیر اگر بخواهیم برای رسیدن از A به B از یک قوس دایره‌ای استفاده کنیم، کدام‌یک از گزینه‌های زیر برحسب متر می‌تواند به‌ترتیب بیانگر طول قوس و طول شعاع قوس باشد؟

۱) ۲۰۰−۱۵۷
۲) ۱۰۰−۳۱۴
۳) ۳۰۰−۳۱۴
۴) ۳۰۰−۱۵۷



۹- در طراحی یک مسیر افقی از یک قوس دایره‌ای ساده (مطابق شکل) استفاده شده است. مقدار طول خارجی E با کدام گزینه برابر است؟ (سراسری - ۸۰)

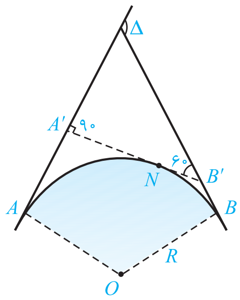


۱) $E = R\left(۱ - \frac{۱}{\cos\frac{\Delta}{۲}}\right)$
۲) $E = R\left(R - \frac{R}{\cos\frac{\Delta}{۲}}\right)$
۳) $E = R\left(\frac{۱}{\cos\frac{\Delta}{۲}} - ۱\right)$
۴) $E = R\left(۱ - \frac{R}{\cos\frac{\Delta}{۲}}\right)$

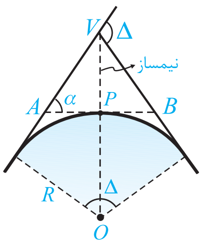
۱۰- در پلان روبه‌رو با توجه به اطلاعات زیر، شعاع قوس (R) تقریباً چند متر است؟

الف) $A'B'$ در نقطه N بر دایره مماس شده است.
ب) $A'B' = ۱۵۷$

۱) ۳۰۰
۲) ۲۰۰
۳) ۱۰۰
۴) ۵۰

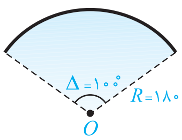


۱۱- خط AB مماس بر قوس ساده دایره‌ای شکل می‌باشد. اندازه زاویه α نسبت به Δ کدام است؟ (آزاد - ۸۴)



۱) $\alpha = \Delta$
۲) $\frac{۱}{۴}\alpha = \Delta$
۳) $\frac{۱}{۲}\alpha = \Delta$
۴) $۲\alpha = \Delta$

۱۲- اگر قوس ساده دایره‌ای شکل دارای شعاع $R = ۱۸۰\,m$ باشد و زاویه قوس $\Delta = ۱۰۰^\circ$ باشد، طول کمان قوسی چند متر می‌شود؟



۱) $L = ۳۱۴$
۲) $L = ۱۸۰$
۳) $L = ۳۶۰$
۴) $L = ۹۸$

پاسخ تست‌های فصل دوم

۱- (۱)

برای محاسبه هر نوع طولی در یک قوس دایره‌ای، اولین پارامتر مورد نیاز، شعاع قوس دایره‌ای (R) می‌باشد که در این تست می‌توان آن را از رابطه درجه قوس به‌صورت مقابل محاسبه کرد:

$$R=\frac{۵۷۳}{D^{\circ}}=\frac{۵۷۳}{۵/۷۳}=۱۰۰\,m$$

منظور از کوتاهترین فاصله نقطه شروع قوس تا نقطه انتهای قوس، طول وتر بزرگ (C) است، بنابراین داریم:

$$C=۲R\sin\frac{\Delta}{۲}=۲\times۱۰۰\sin\frac{\frac{\pi}{۲}}{۲}=۲۰۰\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۱۰۰\sqrt{۲}\,m$$

منظور از طول تانژانت، طول مماس (T) است، بنابراین داریم:

$$T=R\tan\frac{\Delta}{۲}=۱۰۰\times\tan\frac{\frac{\pi}{۲}}{۲}=۱۰۰\,m$$

۲- (۴)

در این تست می‌توان با به کار بردن یک خلاقیت بین روابط C و T که در متن درس مطرح شده بود، ابتدا زاویه انحراف در جاده را تعیین کنیم، بنابراین داریم:

$$\frac{C}{T}=۲\cos\frac{\Delta}{۲}\Rightarrow\frac{۲۴۰}{۱۵۰}=۲\cos\frac{\Delta}{۲}\Rightarrow\cos\frac{\Delta}{۲}=۰/۸$$

روش اول: فاصله رأس قوس تا وسط قوس را **طول بی‌سیکتریس** می‌نامند که مقدار آن از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$E=R\left(\frac{۱}{\cos\frac{\Delta}{۲}}-۱\right)\Rightarrow ۵۰=R\left(\frac{۱}{۰/۸}-۱\right)\Rightarrow R=۲۰۰\,m$$

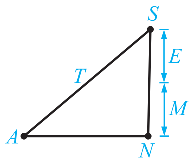
روش دوم: می‌توان با استفاده از رابطهٔ وتر بزرگ قوس (C) مقدار شعاع را به‌صورت زیر محاسبه نمود:

$$\cos\frac{\Delta}{۲}=۰/۸\Rightarrow\sin\frac{\Delta}{۲}=\sqrt{۱-\cos^{۲}\frac{\Delta}{۲}}=\sqrt{۱-(۰/۸)^{۲}}=۰/۶$$

$$C=۲R\sin\frac{\Delta}{۲}\Rightarrow ۲۴۰=۲R\times۰/۶\Rightarrow R=۲۰۰\,m$$

۳- (۲)

با توجه به روابط هر یک از اجزای قوس، تمامی گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



گزینه ۱ و ۳: در مثلث $\overset{\Delta}{ANS}$، طول مماس T، وتر مثلث بوده و درنتیجه از سایر اضلاع بزرگ‌تر است:

$$T>SN\Rightarrow\begin{cases}T>E\\T>M\end{cases}$$

گزینه ۲: با توجه به رابطه طول خارجی و داخلی قوس که در متن درس ارائه شد، داریم:

$$\begin{cases}\frac{M}{E}=\cos\frac{\Delta}{۲}\\ ۰\le\cos\frac{\Delta}{۲}\le۱\end{cases}\xrightarrow{\text{بنابراین همواره می‌توان گفت}}E>M$$

گزینه ۴: با توجه به رابطه طول میانی قوس (M) و اینکه $۰\le\cos\frac{\Delta}{۲}\le۱$ است، همواره داریم:

$$۰\le\cos\frac{\Delta}{۲}\le۱\Rightarrow ۰\le۱-(\cos\frac{\Delta}{۲})\le۱\xrightarrow{\times R}۰\le R(۱-\cos\frac{\Delta}{۲})\le R\Rightarrow M<R$$

بنابراین رابطه ارائه شده در گزینه ۲ صحیح نیست.

(۱) -۴

ابتدا می‌توان با استفاده از درجه قوس، شعاع قوس را محاسبه کرد:

$$R = \frac{۵۷۳}{D} \Rightarrow R = \frac{۵۷۳}{۲/۸۶} \simeq ۲۰۰\, m$$

طول میانی قوس برابر است با:

$$M = R(۱-\cos\frac{\Delta}{۲}) = ۲۰۰(۱-\cos ۴۵) = ۵۸/۵\, m$$

طول خارجی قوس برابر است با:

$$E = R(\frac{۱}{\cos\frac{\Delta}{۲}} - ۱) = ۲۰۰(\frac{۱}{\cos ۴۵} - ۱) = ۸۲/۸\, m$$

$$\frac{E}{M} = \frac{۸۲/۸}{۵۸/۵} = ۱/۴۱ \simeq \sqrt{۲}$$

کمی خلاقیت

با کمی خلاقیت، به‌جای استفاده مستقیم از روابط و بدون نیاز به ماشین‌حساب می‌توان به‌صورت زیر نسبت طول بیرونی قوس را به طول درونی قوس محاسبه کرد:

$$\frac{M}{E} = \frac{R(۱-\cos\frac{\Delta}{۲})}{R(\frac{۱}{\cos\frac{\Delta}{۲}}-۱)} \Rightarrow \frac{M}{E} = \cos\frac{\Delta}{۲} \Rightarrow \frac{E}{M} = \frac{۱}{\cos\frac{\Delta}{۲}} \Rightarrow \frac{E}{M} = \frac{۱}{\cos ۴۵} = \sqrt{۲}$$

(۱) -۵

همانطور که مشاهده می‌شود مقدار MS همان مقدار طول خارجی قوس (بی‌سیکتریس) است که این طول از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$E = R(\frac{۱}{\cos\frac{\Delta}{۲}} - ۱) \Rightarrow E = MS = ۱۲۰(\frac{۱}{\cos ۶۰} - ۱) \Rightarrow MS = ۱۲۰\, M$$

(۳) -۶

طول خارجی قوس (بی‌سیکتریس) از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$BI = E = R(\frac{۱}{\cos\frac{\Delta}{۲}} - ۱) = R(\frac{۱-\cos\frac{\Delta}{۲}}{\cos\frac{\Delta}{۲}})$$

با استفاده از قضایای مثلثاتی می‌توان نوشت:

$$۱-\cos\frac{\Delta}{۲} = ۲\sin^{۲}\frac{\Delta}{۴} \Rightarrow E = R\frac{۲\sin^{۲}\frac{\Delta}{۴}}{\cos\frac{\Delta}{۲}}$$