به‌نام یکتا مهندس هستی...

سخـــن مـــؤلـف

پس از سـال‌ها تدریـس در کلاس‌های کنکور کارشناسـی ارشـد (برگزاری بیـش از ۱۰۰ دوره کلاس در طی ۱۰ سـال) در قوی‌ترین مرکز انتشاراتی کشور در زمینه مهندسی عمران، مسئولیت نگارش کتابی به من سپرده شد که با شیوه‌ای نوین و کاملاً هدفمند، علاوه بر آموزش کامل مطالب درسـی، محیط یک کلاس را برای خواننده تداعی کنم. شـاید گزافه نباشد که این اثر را فصلی نو در کتاب‌های کنکور کارشناسـی ارشـد بدانیم. این کتاب در دو جلد و ۱۶ فصل به صورت کامل به بیان مطالب می‌پردازد.

از ویژگی‌های این کتاب می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- در شروع هر فصل این کتاب، با یک نمودار درختی و تقسیم‌بندی فصل، روند آموزش برای مهندسین گرامی شرح داده شده است. از نظر مؤلف، دسته‌بندی مطالب این کتاب منحصربه‌فرد است.

۲- در درسنامه‌های کتاب، مطالب با توجه به تجربیات مؤلف از ساده به دشوار بیان شده و در هر قسمت با حل مثال‌های متنوع، دانشجو به درک کامل مطلب می‌رسد.

۳- در روند آموزش از جدول‌های سـاده و هدفمند، اسـتفاده زیادی شـده اسـت که درک مطلب را برای دانشـجو سـاده‌تر می‌کند. توجه شود که این شیوه، در بسیاری از کتاب‌های جدیدالتألیف دنیا کاربرد زیادی دارد.

۴- در این کتاب به ضعف‌های اساسی دانشجویان در درس استاتیک و رسم دیاگرام‌های نیروی برشـی و لنگر خمشـی با نگاه مفهومی پرداخته شـده و شـیوه‌های تستی بسیار جدیدی نیز در کنار مطالب مفهومی بیان شده است.

۵- در تست‌های پایان فصل، از سؤالات کنکورهای سراسری، آزاد، آزمایشی سنجش (تسلط) و برای تکمیل مطالب از تست‌های تألیفی استفاده شده است.

۶- در انتها با آوردن قسـمت یک گام فراتر، برای علاقه‌مندان، تست‌های متنوع‌تری نیز بیان شده است.

در خاتمه لازم می‌دانم از زحمات دوست عزیزم جناب آقای دکتر حسام شریفیان مدیریت محترم مؤسسه سری عمران و جناب آقای محمد آهنگر که در نگارش کتاب به بنده کمک شایانی فرمودند کمال قدردانی و سپاسگزاری را داشته باشم. بدین‌وسـیله از ویراسـتاران محتـرم ایـن کتـاب آقایـان احمـد جوزدانـی، بهرام گراوند و کیوان افراز تشکر می‌کنم.

علیرغم تلاش فراوانی که برای بازبینی این کتاب شده است وجود اشکال در آن غیرممکن نبوده و از اساتید گرانقدر و دانشجویان گرامی تقاضا می‌شود پیشنهادات و انتقادات خـود را به آدرس اینترنتی serieomran@yahoo.com ارسـال فرمایند.

حسین صباغیان طوسی

فهرست

فصل اول

درجه نامعینی در سازه‌ها ۸
مقدمه ۸
A- قاب‌های دو بعدی ۸
A-۱- محاسبهٔ درجهٔ نامعینی در قاب‌های متعارف ۸
A-۲- محاسبهٔ درجهٔ نامعینی در سازه‌های دارای فنر انتقالی، فنر دورانی و کابل ۱۵
A-۳- محاسبهٔ درجهٔ نامعینی در قاب‌هایی که اعضای آن از روی یکدیگر عبور می‌کنند ۱۸
B- محاسبهٔ درجهٔ نامعینی تیرهای تحت بارگذاری قائم ۲۰
C- خرپاهای دوبعدی ۲۱
D- قاب های فضایی ۲۲
تست‌های فصل اول ۲۴
پاسخ تست‌های فصل اول ۲۹

فصل دوم

استاتیک (تیر، قاب و خرپا) ۳۸
مقدمه ۳۸
A- استاتیک تیر ۳۹
B- استاتیک قاب‌های معین ۴۳
B-۱- تحلیل قاب‌های پیوسته و با سه عکس‌العمل تکیه‌گاهی ۴۳
B-۲- تحلیل قاب‌های دارای ناپیوستگی داخلی ۴۵
B-۳- قاب با اعضاء دو نیرویی ۴۷
C- استاتیک خرپا ۵۰
C-۱- روش مفصل ۵۱
C-۲- روش مقطع ۵۹
D- تحلیل قاب‌های قوسی‌شکل معین ۶۳
تست‌های فصل دوم ۶۶
پاسخ تست‌های فصل دوم ۷۸

فصل سوم

بررسی پایداری سازه‌ها ۱۰۰
مقدمه ۱۰۰
A-۱- مهارت اول: آشنایی با تکیه‌گاه‌های مناسب برای یک سازه پیوسته ۱۰۰
A-۲- مهارت دوم: ساختن اجسام صلب خرپایی ۱۰۵
A-۳- مهارت سوم: ساختن یک خرپای پایدار با یک جسم صلب خرپایی ۱۰۶
A-۴- مهارت چهارم: کوچک کردن یک سازه در بحث پایداری با شناسایی زمین ۱۰۷
A-۵- مهارت پنجم: جایگزینی جسم صلب دو سر مفصل با یک میله ۱۰۹
A-۶- مهارت ششم: کوچک کردن سازه با حذف قسمت‌های سه مفصل ۱۱۲
تست‌های فصل سوم ۱۱۵
پاسخ تست‌های فصل سوم ۱۲۰

فصل چهارم

رسم دیاگرام‌های نیروی برشی و لنگر خمشی ۱۳۸
مقدمه ۱۳۸
A- آشنایی با نکات مورد نیاز اولیه در رسم نمودار لنگر ۱۳۸
B- رسم نمودار لنگر خمشی در سازه‌های پیوسته ۱۴۳
C- رسم نمودار لنگر در سازه‌های دارای ناپیوستگی (مفصل خمشی، برشی و ...) ۱۵۵
D- رسم دیاگرام برش در سازه‌ها ۱۶۵
E- نمودار لنگر خمشی و نیروی برشی در تیرهای تحت اثر لنگر گسترده با شدت یکنواخت ۱۶۸

فصل پنجم

روش کار مجازی در خرپاها ۱۷۴
مقدمه ۱۷۴
A- بررسی تغییر مکان نقاط مختلف یک خرپا تحت اثر بارگذاری مستقیم ۱۷۴
B- بررسی تغییر مکان مختلف یک خرپا تحت عوامل نشست، تغییر دما و خطای ساخت ۱۷۸
تست‌های فصل پنجم ۱۸۴
پاسخ تست‌های فصل پنجم ۱۸۸

فصل ششم

روش کار مجازی در تیرها و قاب‌های معین ۱۹۸
پیش فصل (محاسبهٔ انتگرال‌ها با استفاده از روش ترسیمی مور) ۱۹۸
مقدمه ۲۰۱
A- بررسی تغییر شکل خمشی در قاب و تیر معین تحت بارگذاری‌های متمرکز ۲۰۱
B- بررسی تغییر شکل‌های خمشی، برشی و محوری در قاب و تیر معین تحت بارگذاری متمرکز ۲۰۸
C- بررسی تغییر شکل قاب و تیر معین تحت اثر عوامل غیرمستقیم مانند نشست و ... ۲۱۲
D- بررسی تغییر شکل قاب و تیر معین در مسائلی که نیاز به انتگرال‌گیری مستقیم دارند ۲۱۴
D-۱- محاسبهٔ تغییر شکل تیر و قاب معین تحت اثر بارگذاری گسترده ۲۱۵
D-۲- محاسبهٔ تغییر شکل سازه‌های قوسی شکل معین ۲۱۶
تست‌های فصل ششم ۲۱۸
پاسخ تست‌های فصل ششم ۲۲۶

فصل هفتم

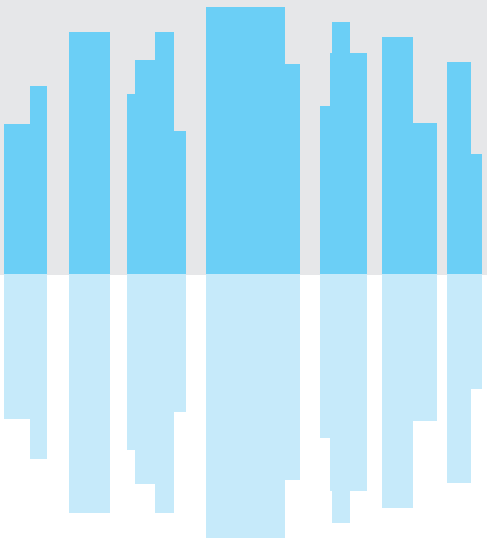
روش تیر مزدوج ۲۵۴
مقدمه ۲۵۴
A- آشنایی با شرایط مرزی در تیرها ۲۵۴
B- رسم تیر مزدوج ۲۵۷
B-۱- رسم تیر مزدوج در نقاط ابتدایی و انتهایی تیرها ۲۵۷
B-۲- یافتن شکل تیر مزدوج در نقاط میانی تیر ۲۶۰
C- محاسبه تغییر شکل‌های خمشی با استفاده از روش تیر مزدوج ۲۶۶
D- تعیین محل خیز حداکثر در تیرهای پیوسته ۲۷۰
E- بررسی تیر مزدوج در تیرهای معین تحت اثر نشست تکیه‌گاهی ۲۷۱
تست‌های فصل هفتم ۲۷۲
پاسخ تست‌های فصل هفتم ۲۷۶

فصل هشتم

روش‌های هندسی (لنگر سطح و انتگرال‌گیری مستقیم) ۲۸۴
مقدمه ۲۸۴
A- روش انتگرال‌گیری مستقیم ۲۸۴
B- روش لنگر سطح در محاسبهٔ تغییر شکل خمشی سازه‌ها ۲۸۶
B-۱- قضیه اول لنگر سطح ۲۸۷
B-۲- قضیه دوم لنگر سطح ۲۸۹
تست‌های فصل هشتم ۲۹۳
پاسخ تست‌های فصل هشتم ۲۹۷

مرور کلی

بخش ۱: جمع‌بندی و افزایش مهارت ۳۰۶
بخش ۲: تمرین بیشتر ۳۲۴



سری عمران

فصل ۱: درجهٔ نامعینی در سازه‌ها

تفکر و مطالعه مانند کاشتن درخت میوه است، ثمره آن دیر به دست می‌آید ولی پربار است. « نیچه »

انتشارات سری عمران
www.serieomran.ir

مقدمه

هر سازهٔ متعادلی دارای تعدادی مجهول و معادله در روند حل سازه می‌باشد، به تفاضل تعداد مجهولات و معادلات در یک سازه، **درجهٔ نامعینی** گفته می‌شود. در این فصل، با نحوهٔ محاسبهٔ درجهٔ نامعینی در انواع سازه‌ها آشنا می‌شویم. برای درک بهتر مهندسین گرامی، مطالب این فصل مطابق نمودار درختی زیر ارائه می‌شود:

سازه‌ها ← سازه‌های دو بعدی ← A- قاب‌های دو بعدی، B- تیرهای تحت بارگذاری قائم، C- خرپاهای دو بعدی
سازه‌ها ← سازه‌های سه بعدی ← D- قاب‌های فضایی

A- قاب‌های دو بعدی

با توجه به اهمیت بالای مطالب این فصل در کنکور کارشناسی ارشد، آن را در سه قسمت زیر ارائه می‌کنیم:

A-۱: محاسبهٔ درجهٔ نامعینی در قاب‌های متعارف

A-۲: محاسبهٔ درجهٔ نامعینی در قاب‌های دارای فنر انتقالی، فنر دورانی و کابل

A-۳: محاسبهٔ درجهٔ نامعینی در قاب‌هایی که اعضای آن از روی یکدیگر عبور می‌کنند.

A-۱- محاسبهٔ درجهٔ نامعینی در قاب‌های متعارف

برای محاسبهٔ درجهٔ نامعینی، گام‌های زیر طی می‌شود:

گام ۱: تعداد حلقه‌های بستهٔ موجود در سازه را به‌دست می‌آوریم. (k)

گام ۲: تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی مجهول در سازه را به‌دست می‌آوریم. (r)

گام ۳: تعداد معادلات شرط در هر گره از سازه را محاسبه کرده و مجموع آن‌ها در کل سازه را به‌دست می‌آوریم. (c)

گام ۴: درجهٔ نامعینی را با توجه به رابطهٔ زیر محاسبه می‌کنیم:

$$DI = (r + 3k) - (c + 3)$$

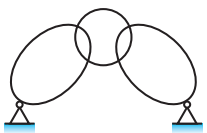
دقت شود که عدد ۳ در رابطهٔ فوق در قسمت $(c+3)$، تعداد معادلات تعادل استاتیکی در صفحه می‌باشد.

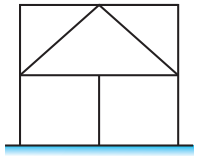
$(\Sigma M = 0, \Sigma F_y = 0, \Sigma F_x = 0)$

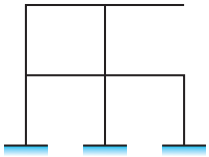
برای آشنایی کامل مهندسین گرامی با نحوهٔ محاسبهٔ پارامترهای r، k و c آن‌ها را در قالب چند تذکر و چند تمرین ساده در ادامهٔ بحث می‌آوریم.

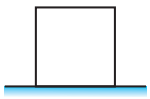
تذکر: در تعیین درجهٔ نامعینی، فضای بستهٔ ساخته شده توسط اعضاء با زمین، در شمارش حلقه‌های بسته محسوب نمی‌شود. برای درک بهتر، به تمرین زیر توجه شود.

تمرین ۱-۱: در سازه‌های زیر، تعداد حلقه‌های بسته در تعیین درجهٔ نامعینی را مشخص کنید.

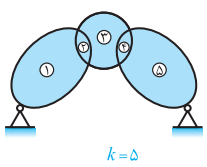
۱) 

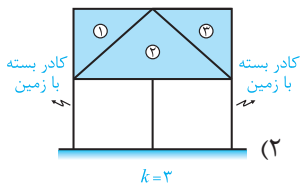
۲) 

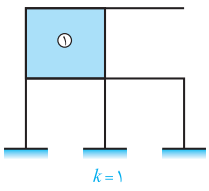
۳) 

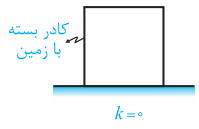
۴) 

حل: با توجه به تذکر ارائه شده، برای شمارش تعداد حلقه‌های بسته داریم:

۱) 

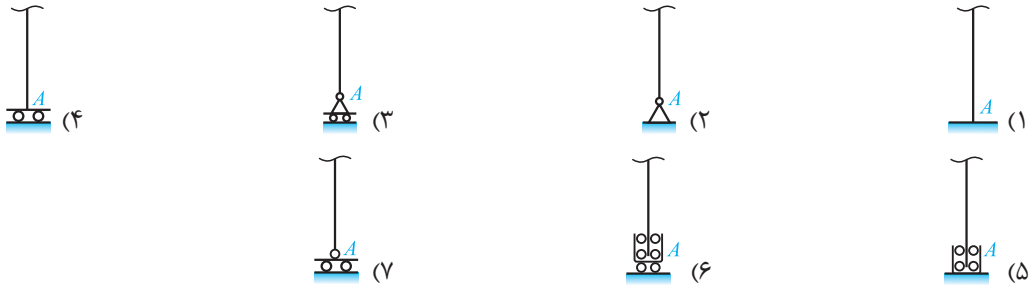
۲) 

۳) 

۴) 

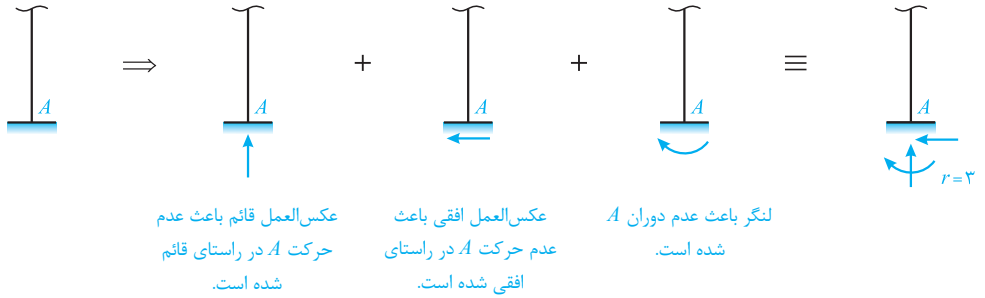
تذکر: عکس‌العمل در یک تکیه‌گاه، زمانی به‌وجود می‌آید که تکیه‌گاه مانع از حرکت سازه در یک راستا شود. در فضای دوبعدی، این حرکت‌ها می‌تواند به‌صورت حرکت قائم، افقی و یا دوران باشد. برای درک بهتر این موضوع به تمرین بعد توجه شود.

تمرین ۱-۲: در هر یک از شکل‌های زیر، تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی در نقطهٔ A را مشخص کنید.

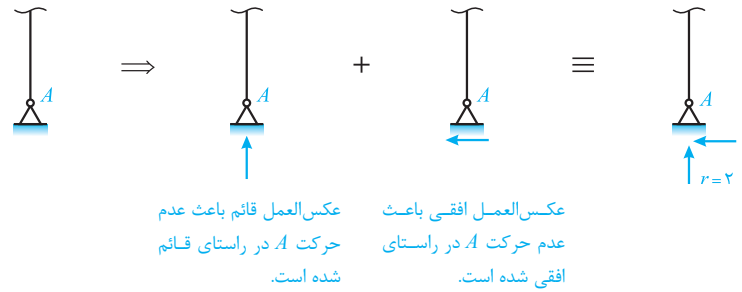


حل:

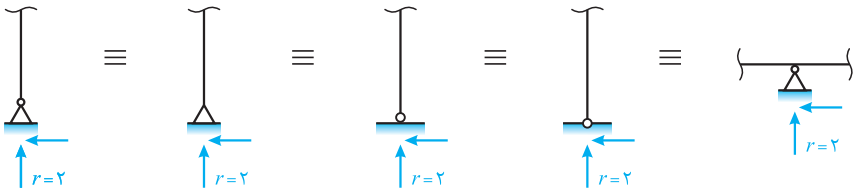
۱) تکیه‌گاه گیردار: در این تکیه‌گاه از حرکت‌های قائم، افقی و دوران در نقطهٔ A جلوگیری شده و به همین منظور تکیه‌گاه باید دارای سه عکس‌العمل تکیه‌گاهی باشد.



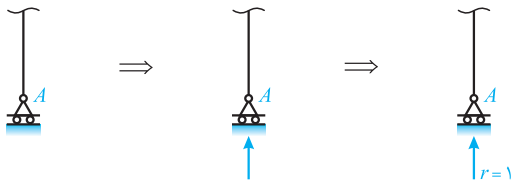
۲) تکیه‌گاه مفصلی: در این تکیه‌گاه از حرکت‌های قائم و افقی در نقطهٔ A جلوگیری شده و دوران در محل تکیه‌گاه آزاد است. به همین منظور این تکیه‌گاه باید دارای دو عکس‌العمل تکیه‌گاهی افقی و قائم باشد.



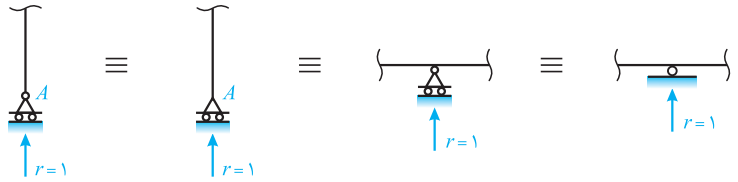
تذکر: مدل‌های دیگری از تکیه‌گاه مفصلی در شکل‌های زیر نمایش داده شده است:



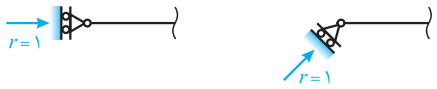
۳) تکیه‌گاه غلتکی: در این تکیه‌گاه، از حرکت قائم در نقطهٔ A جلوگیری شده و حرکت افقی و دوران در محل تکیه‌گاه آزاد است. به‌همین منظور این تکیه‌گاه باید دارای یک عکس‌العمل تکیه‌گاهی باشد.



تذکر: مدل‌های دیگری از تکیه‌گاه غلتکی در شکل‌های زیر نمایش داده شده است:



همچنین توجه شود که تکیه‌گاه غلتکی به‌صورت افقی و مایل نیز می‌تواند در سازه قرار گیرد. درشکل‌های زیر، عکس‌العمل تکیه‌گاه در این حالات نشان داده شده است:

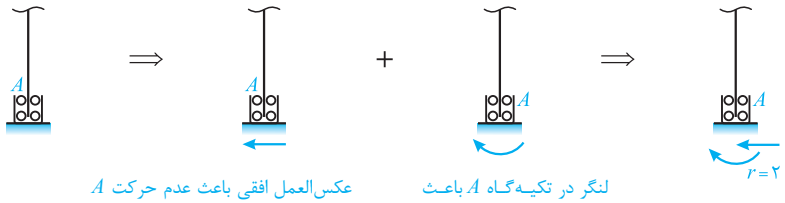


۴) تکیه‌گاه لغزنده گیردار: در این تکیه‌گاه، از حرکت قائم و دوران در A جلوگیری شده و حرکت افقی در محل تکیه‌گاه آزاد است. به‌همین منظور این تکیه‌گاه باید دارای دو عکس‌العمل تکیه‌گاهی باشد.

لنگر در تکیه‌گاه A باعث عدم دوران A می‌شود.

عکس‌العمل قائم باعث عدم حرکت A در راستای قائم شده است.

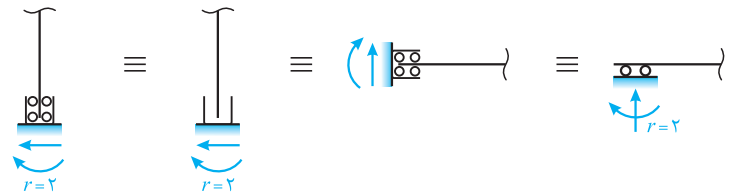
۵) تکیه‌گاه تلسکوپی: در این تکیه‌گاه، از حرکت افقی و دوران در A جلوگیری شده و حرکت قائم در محل تکیه‌گاه آزاد است. به‌همین منظور این تکیه‌گاه باید دارای دو عکس‌العمل تکیه‌گاهی باشد.



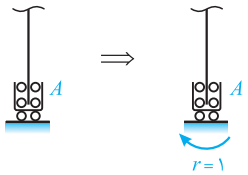
لنگر در تکیه‌گاه A باعث عدم دوران A می‌شود.

عکس‌العمل افقی باعث عدم حرکت A در راستای افقی شده است.

تذکر: مدل‌های دیگری از تکیه‌گاه تلسکوپی در شکل‌های زیر نمایش داده شده است:

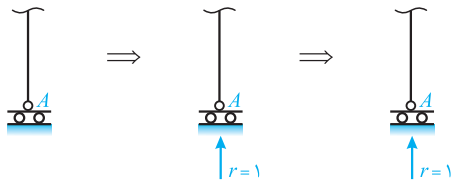


۶) تکیه‌گاه ترکیبی: این تکیه‌گاه از ترکیب دو مدل لغزنده گیردار و تلسکوپی به‌دست آمده است. در این تکیه‌گاه فقط از دوران در نقطهٔ A جلوگیری شده و حرکت افقی و قائم در محل تکیه‌گاه آزاد است. به‌همین منظور این تکیه‌گاه باید دارای یک عکس‌العمل تکیه‌گاهی باشد.



لنگر در تکیه‌گاه A باعث عدم دوران A می‌شود.

۷) تکیه‌گاه ترکیبی: این تکیه‌گاه از ترکیب دو تکیه‌گاه لغزنده گیردار و مفصلی به‌دست آمده است. در این تکیه‌گاه فقط از حرکت قائم در نقطهٔ A جلوگیری شده و دوران و جابه‌جایی افقی در محل تکیه‌گاه آزاد است. به‌همین منظور این تکیه‌گاه باید دارای یک عکس‌العمل تکیه‌گاهی باشد.



عکس‌العمل قائم باعث عدم
حرکت A در راستای قائم شده است.

تذکر: برای آشنایی با نحوهٔ شمارش تعداد معادلات شرط، به اتصالات زیر دقت شود:

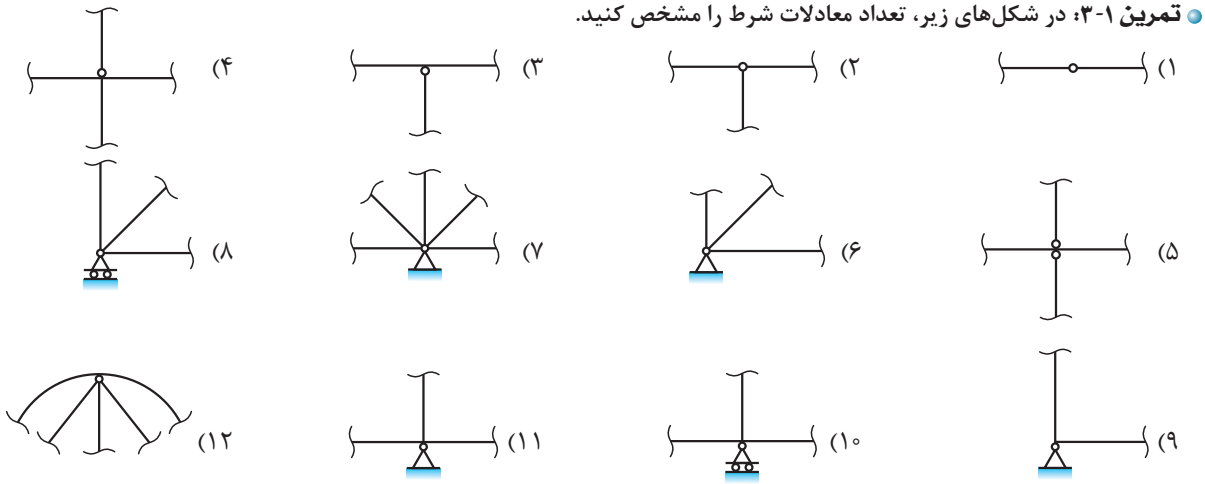
(مفصل خمشی) (مفصل برشی)

مفصل خمشی: در محل این مفصل، لنگر خمشی داخلی ایجاد شده در عضو صفر می‌باشد $(M = ۰)$. در حل سازه‌ها، این موضوع یک معادلهٔ کمکی در روند حل برای ما ایجاد می‌کند که به آن **معادلهٔ شرط** می‌گوییم.

مفصل برشی: در محل این مفصل، نیروی برشی داخلی ایجاد شده در عضو صفر است $(V = ۰)$. در حل سازه‌ها، این موضوع نیز یک معادلهٔ کمکی در روند حل برای ما ایجاد می‌کند که به آن **معادلهٔ شرط** می‌گوییم.

به طور کلی می‌توان گفت در بعضی از نقاط یک سازه، برخی از نیروهای داخلی تحمل نمی‌شود که این موضوع سبب ایجاد معادلهٔ شرط در سازه می‌شود. برای آشنایی مهندسین گرامی با نحوهٔ محاسبهٔ تعداد معادلات شرط، این موضوع در قالب ۴ تمرین ساده آورده شده است.

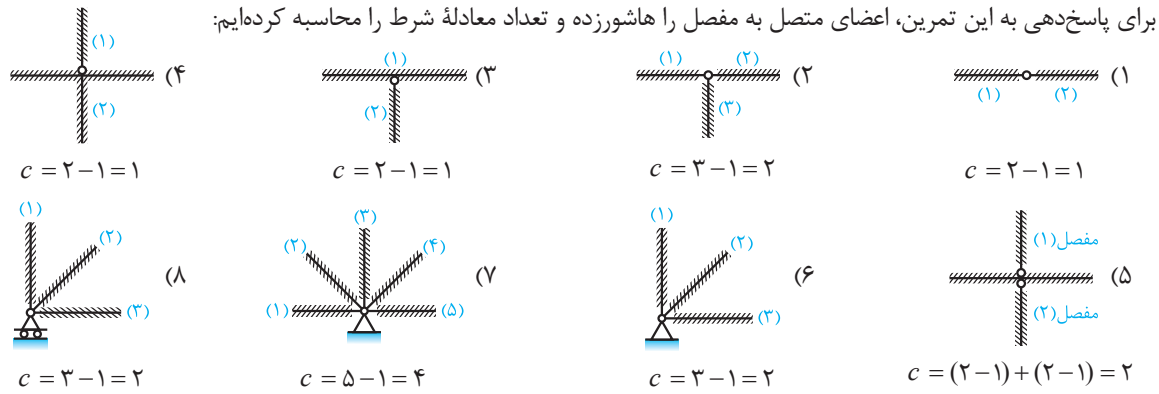
تمرین ۱-۳: در شکل‌های زیر، تعداد معادلات شرط را مشخص کنید.



حل:

تذکر: قبل از پاسخ‌دهی به این تمرین، ابتدا باید توجه شود که در محل یک مفصل خمشی، تعداد معادلات شرط (c) برابر تعداد اعضای متصل به مفصل منهای یک می‌باشد.

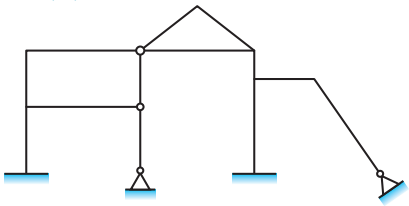
برای پاسخ‌دهی به این تمرین، اعضای متصل به مفصل را هاشورزده و تعداد معادلهٔ شرط را محاسبه کرده‌ایم:



تست‌های فصل اول

۱- قاب نشان داده شده در شکل مقابل، چند درجه نامعین است؟

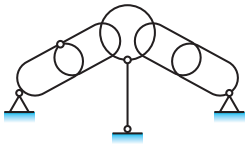
(سراسری ۷۳)



۱) ۶
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۷

۲- درجهٔ نامعینی سازهٔ دوبعدی مقابل کدام است؟

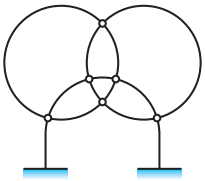
(سراسری ۷۵)



۱) ۲۲
۲) ۲۴
۳) ۲۶
۴) ۲۸

۳- درجهٔ نامعینی سازهٔ شکل مقابل کدام است؟

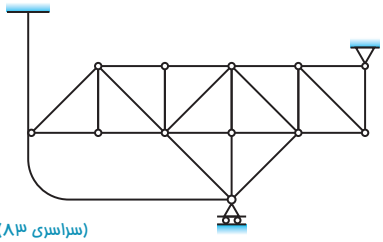
(سراسری ۷۹)



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۴- درجهٔ نامعینی سازهٔ مقابل کدام است؟

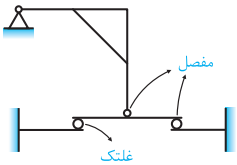
(سراسری ۸۱)



۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۵- درجهٔ نامعینی سازهٔ مقابل کدام است؟

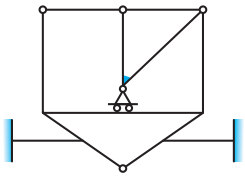
(سراسری ۸۳)



۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

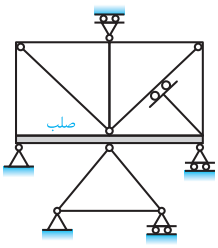
۶- درجهٔ نامعینی سازهٔ مقابل کدام است؟

(سراسری ۸۴)



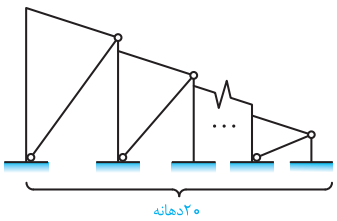
۱) ۶
۲) ۸
۳) ۷
۴) ۹

۷- درجهٔ نامعینی سازهٔ مقابل کدام است؟



۱) ۱۱
۲) ۱۲
۳) ۱۴
۴) ۱۳

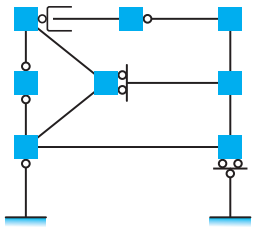
۸- درجهٔ نامعینی سازهٔ مقابل کدام است؟



۱) ۶۰
۲) ۶۳
۳) ۶۶
۴) ۴۰

(سراسری ۷۸)

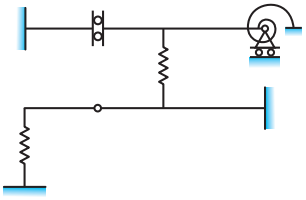
۹- درجهٔ نامعینی سازهٔ مقابل کدام است؟



۱) ۲ درجه
۲) ۳ درجه
۳) ۴ درجه
۴) ۵ درجه

(سراسری ۹۰)

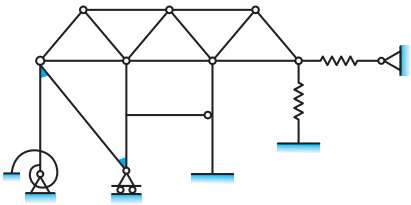
۱۰- درجهٔ نامعینی سازهٔ مقابل کدام است؟



۱) ۴
۲) ۲
۳) ۰
۴) ۶

(آزمایشی سنجش)

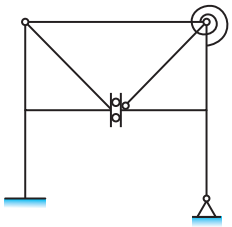
۱۱- در سازهٔ داده شده درجهٔ نامعینی کدام است؟



۱) ۶
۲) ۷
۳) ۹
۴) ۸

(آزمایشی سنجش)

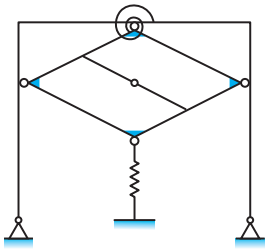
۱۲- درجهٔ نامعینی سازهٔ مقابل کدام است؟



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

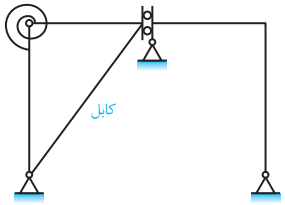
(آزمایشی سنجش)

۱۳- درجهٔ نامعینی سازهٔ مقابل کدام است؟



۱) ۱۳
۲) ۱۲
۳) ۱۱
۴) ۱۰

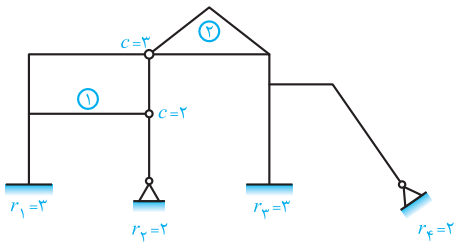
۱۴- درجهٔ نامعینی سازهٔ مقابل کدام است؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

پاسخ تست‌های فصل اول

۱- (۲)



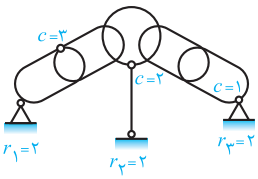
تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی : $r = ۳+۲+۳+۲ = ۱۰$

تعداد معادلات شرط : $c = ۲+۳ = ۵$

تعداد حلقه‌های بسته : $k = ۲$

$$\Rightarrow DI = (r+۳k)-(c+۳) = (۱۰+۳\times۲)-(۵+۳) = ۸$$

۲- (۲)



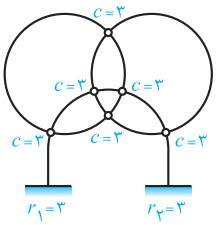
تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی : $r = ۲+۲+۲ = ۶$

تعداد معادلات شرط : $c = ۳+۲+۱ = ۶$

تعداد حلقه‌های بسته : $k = ۹$

$$\Rightarrow DI = (r+۳k)-(c+۳) = (۶+۳\times۹)-(۶+۳) = ۲۴$$

۳- (۲)



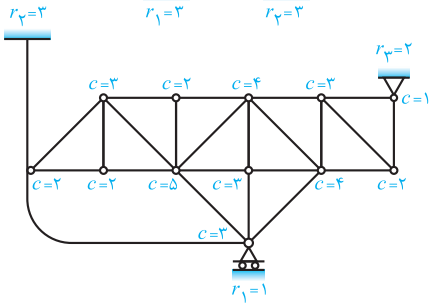
تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی : $r = ۳+۳ = ۶$

تعداد معادلات شرط : $c = ۳+۳+۳+۳+۳+۳ = ۱۸$

تعداد حلقه‌های بسته : $k = ۶$

$$\Rightarrow DI = (r+۳k)-(c+۳) = (۶+۳\times۶)-(۱۸+۳) = ۳$$

۴- (۳)



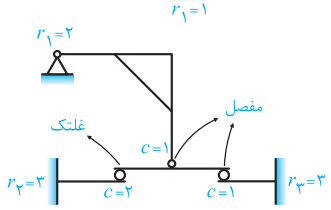
تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی : $r = ۳+۱+۲ = ۶$

تعداد معادلات شرط : $c = ۳+۲+۲+۵+۳+۴+۲+۳+۲+۴+۳+۱ = ۳۴$

تعداد حلقه‌های بسته : $k = ۱۲$

$$\Rightarrow DI = (r+۳k)-(c+۳) = (۶+۳\times۱۲)-(۳۴+۳) = ۵$$

۵- (۲)



تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی : $r = ۳+۳+۲ = ۸$

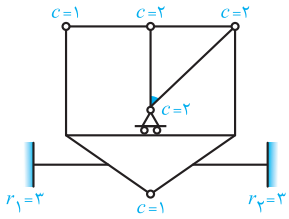
تعداد معادلات شرط : $c = ۲+۱+۱ = ۴$

تعداد حلقه‌های بسته : $k = ۱$

$$\Rightarrow DI = (r+۳k)-(c+۳) = (۸+۳\times۱)-(۴+۳) = ۴$$

تذکر: اتصال نشان داده شده در سمت راست، غلتک بوده و برای آن $c = ۲$ می‌باشد. اما با توجه به این که طراح محترم در کنار آن تأکید کرده است که اتصال مفصل است، $c = ۱$ را برای آن در نظر گرفته‌ایم.

۶- (۳)



تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی : $r = ۳+۳ = ۶$

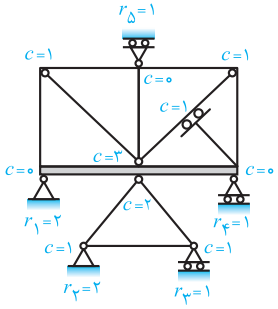
تعداد معادلات شرط : $c = ۱+۲+۲+۱ = ۸$

تعداد حلقه‌های بسته : $k = ۴$

$$\Rightarrow DI = (r+۳k)-(c+۳) = (۶+۳\times۴)-(۸+۳) = ۷$$

تذکر: دقت شود که به تکیه‌گاه غلتکی داخلی نشان داده شده، دو جسم متصل شده و برای آن $c = ۲$ می‌باشد.

۷- (۲)



تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی : $r = ۲+۱+۲+۱+۱ = ۷$

تعداد معادلات شرط : $c = ۱+۱+۲+۳+۱+۱+۱ = ۱۰$

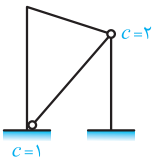
تعداد حلقه‌های بسته : $k = ۶$

$$\Rightarrow DI = (r+۳k)-(c+۳) = (۷+۳\times۶)-(۱۰+۳) = ۱۲$$

۸- (۱)

در صورتیکه قاب دارای ۲۰ دهانه باشد، ۲۱ ستون خواهد داشت و تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی قاب برابر است با:

$$r = ۲۱ \times ۳ = ۶۳$$



از طرفی در هر یک از دهانه‌های قاب، تعداد معادلات شرط به‌صورت زیر است:

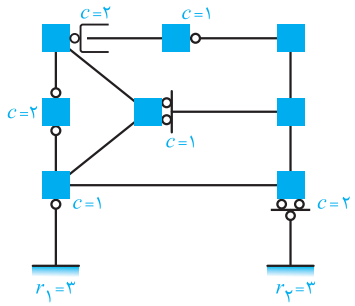
$$c_۱ = ۱+۲ = ۳ \quad \text{(در یک دهانه از قاب)} \quad \Rightarrow \quad c = ۲۰ \times ۳ = ۶۰$$

همچنین در هر یک از دهانه‌های قاب، یک حلقه بسته نیز وجود دارد لذا در کل قاب داریم:

$$k = ۲۰ \times ۱ = ۲۰$$

$$DI = (r + ۳k) - (c + ۳) = (۶۳ + ۳ \times ۲۰) - (۶۰ + ۳) = ۶۰$$

۹- (۲)

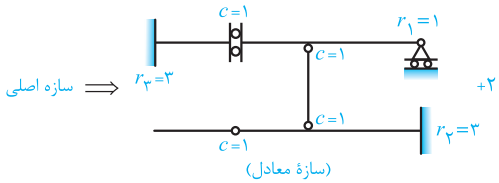


$$\begin{cases} \text{تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی}: r = ۳+۳ = ۶ \\ \text{تعداد معادلات شرط}: c = ۱+۲+۲+۱+۲+۱ = ۹ \\ \text{تعداد حلقه‌های بسته}: k = ۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad DI = (r + ۳k) - (c + ۳) = (۶ + ۳ \times ۳) - (۹ + ۳) = ۳$$

۱۰- (۲)

با حذف فنرهای دورانی و انتقالی خارجی و تبدیل فنر انتقالی داخلی به عضو دوسر مفصل داریم:

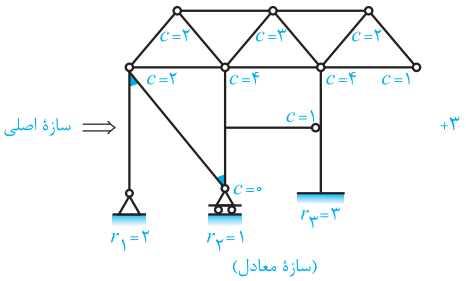


$$\begin{cases} \text{تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی}: r = ۱+۳+۳ = ۷ \\ \text{تعداد معادلات شرط}: c = ۱+۱+۱+۱ = ۴ \\ \text{تعداد کادرهای بسته}: k = ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad DI = [(r + ۳k) - (c + ۳)] + ۲ = [(۷ + ۳ \times ۰) - (۴ + ۳)] + ۲ = ۲$$

۱۱- (۴)

با حذف دو فنر انتقالی تکیه‌گاهی و یک فنر دورانی تکیه‌گاهی، سازهٔ معادل به‌صورت زیر خواهد بود:

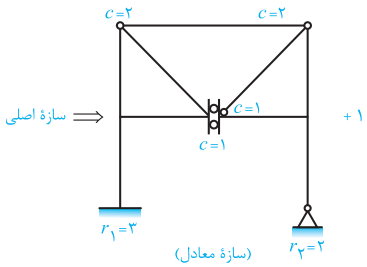


$$\begin{cases} \text{تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی}: r = ۲+۱+۳ = ۶ \\ \text{تعداد معادلات شرط}: c = ۱+۲+۴+۴+۱+۲+۳+۲ = ۱۹ \\ \text{تعداد حلقه‌های بسته}: k = ۷ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad DI = [(r + ۳k) - (c + ۳)] + ۳ = [(۶ + ۳ \times ۷) - (۱۹ + ۳)] + ۳ = ۸$$

۱۲- (۳)

با حذف فنر دورانی داخلی داریم:

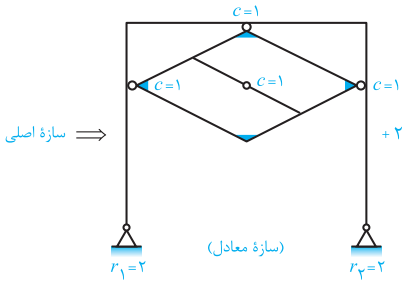


$$\begin{cases} \text{تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی}: r = ۳+۲ = ۵ \\ \text{تعداد معادلات شرط}: c = ۲+۲+۱+۱ = ۶ \\ \text{تعداد حلقه‌های بسته}: k = ۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad DI = [(r + ۳k) - (c + ۳)] + ۱ = [(۵ + ۳ \times ۳) - (۶ + ۳)] + ۱ = ۶$$

۱۳- (۳)

پس از حذف فنر دورانی داخلی و فنر انتقالی خارجی داریم:



$$\begin{cases} \text{تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی}: r = ۲+۲ = ۴ \\ \text{تعداد معادلات شرط}: c = ۱+۱+۱+۱ = ۴ \\ \text{تعداد حلقه‌های بسته}: k = ۴ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad DI = [(r + ۳k) - (c + ۳)] + ۲ = [(۴ + ۳ \times ۴) - (۴ + ۳)] + ۲ = ۱۱$$

سری عمران

مرور کلی:

بخش۱: جمع‌بندی و افزایش مهارت
بخش۲: تمرین بیشتر

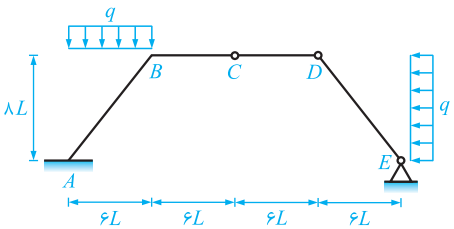
با تلاش و کوشش موفقیت به‌دست خواهد آمد. موفقیت یعنی
رسیدن به آنچه که در تخیلت به آن نمی‌رسی. « چرچیل »

انتشارات سری عمران
www.serieomran.ir

بخش ۱: جمع‌بندی و افزایش مهارت

در این قسمت به‌منظور بالا بردن قدرت تحلیل شما مهندسین گرامی، تست‌های جالب و زیبایی از مباحث جلد اول تحلیل سازه به همراه پاسخ تشریحی آورده‌ایم. پاسخ‌ها این تست‌ها به‌منظور راهنمایی شما عزیزان آورده شده است. به شما توصیه می‌کنیم که ابتدا بر روی مسئله به‌خوبی فکر کرده و سپس پاسخ تشریحی آن را مطالعه کنید.

۱- لنگر خمشی حداکثر در سازهٔ مقابل کدام است؟



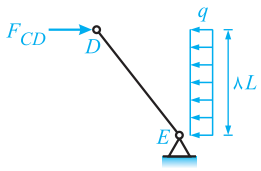
۱) $۸qL^۲$

۲) $\frac{۹۷qL^۲}{۹}$

۳) $\frac{۱۲۸qL^۲}{۹}$

۴) $\frac{۸۰qL^۲}{۹}$

حل: عضو دو سر مفصل CD یک عضو دو نیرویی بوده و تنها تحت اثر نیروی محوری فشاری قرار دارد، بنابراین لنگر خمشی حداکثر در یکی از اعضای AB و یا DE ظاهر می‌شود. با بررسی تعادل عضو DE داریم:

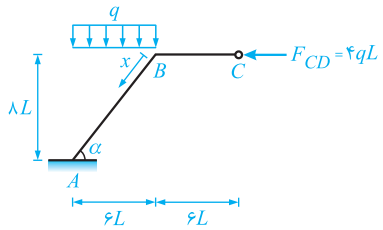


$$\sum M_E = ۰ \Rightarrow F_{CD} \times ۸L = q \times ۸L \times ۴L \Rightarrow F_{CD} = ۴qL$$

در تیر دو سر مفصل DE لنگر خمشی حداکثر در نقطهٔ میانی بوده و به‌صورت زیر خواهد بود:

$$M_{max_{DE}} = \frac{q(۸L)^۲}{۸} = ۸qL^۲$$

معادله لنگر خمشی در طول عضو BA به‌صورت زیر می‌باشد:



$$۰ \le x \le ۱۰L \Rightarrow M(x) = ۴qL \times x\sin\alpha - q \times x\cos\alpha \times \frac{x\cos\alpha}{۲}$$

$$\Rightarrow M(x) = \frac{۱۶}{۵} \times qLx - \frac{۹}{۵۰}qx^۲$$

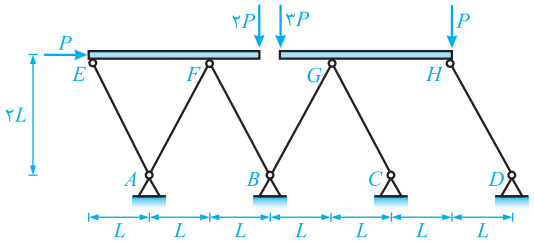
برای پیدا کردن محل و مقدار لنگر خمشی حداکثر داریم:

$$\frac{dM(x)}{dx} = ۰ \Rightarrow x = \frac{۸۰L}{۹} \Rightarrow (M_{max})_{AB} = \frac{۱۶}{۵}qL \times (\frac{۸۰L}{۹}) - \frac{۹}{۵۰} \times q(\frac{۸۰L}{۹})^۲$$

$$\Rightarrow (M_{max})_{AB} = \frac{۱۲۸qL^۲}{۹} \Rightarrow M_{max} = max\{(M_{max})_{AB}, (M_{max})_{DE}\} = \frac{۱۲۸qL^۲}{۹}$$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

۲- عکس‌العمل افقی در تکیه‌گاه D کدام است؟



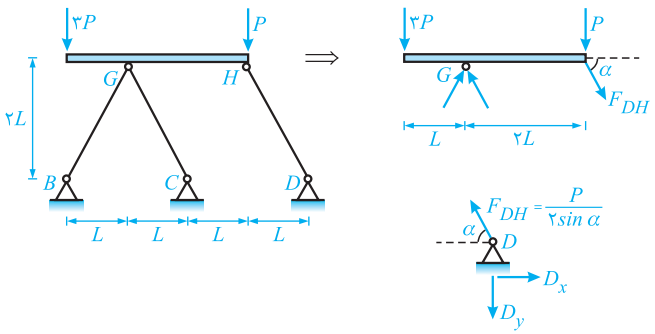
۱) P

۲) $\frac{P}{۴}$

۳) $\frac{P}{۲}$

۴) $\frac{P}{۳}$

حل: اعضای BG، CG و DH دو نیرویی بوده و داریم:



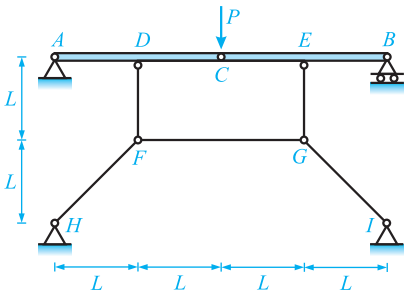
$$\sum M_G = ۰ \Rightarrow F_{DH}\sin\alpha \times ۲L + ۲PL = ۳PL$$

$$\Rightarrow F_{DH} = \frac{P}{۲\sin\alpha}$$

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow D_x = \frac{P}{۲\sin\alpha} \times \cos\alpha = \frac{P}{۴}$$

بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

۳- عکس‌العمل تکیه‌گاهی B در قاب مقابل کدام است؟



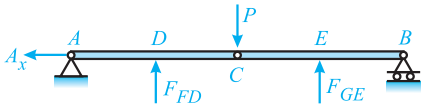
۱) $\frac{P}{۲}$ به سمت بالا

۲) $\frac{P}{۴}$ به سمت پایین

۳) $\frac{P}{۲}$ به سمت پایین

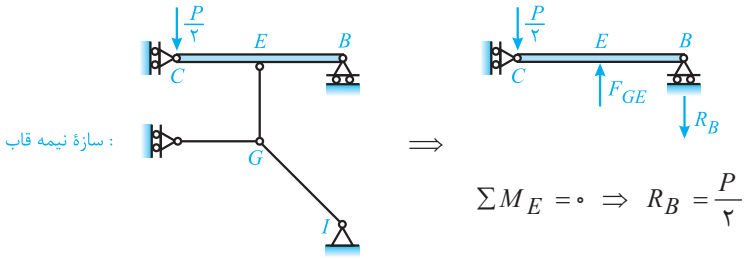
۴) $\frac{P}{۴}$ به سمت بالا

حل: اعضای خرپای FD و GE مؤلفه افقی ندارند و با برقراری یک معادلهٔ تعادل $\sum F_x = ۰$ در قطعهٔ $ADCEB$ می‌توان دریافت مؤلفهٔ افقی A صفر می‌باشد.



$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow A_x = ۰$$

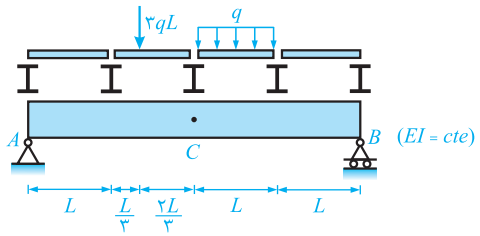
در ادامه چون عکس‌العمل افقی در A صفر می‌باشد می‌توان قاب را یک سازه متقارن در نظر گرفت و ساده شدهٔ آن به‌صورت زیر خواهد بود:



$$\sum M_E = ۰ \Rightarrow R_B = \frac{P}{۲}$$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

۴- انحنای نقطهٔ C در تیر اصلی ACB کدام است؟



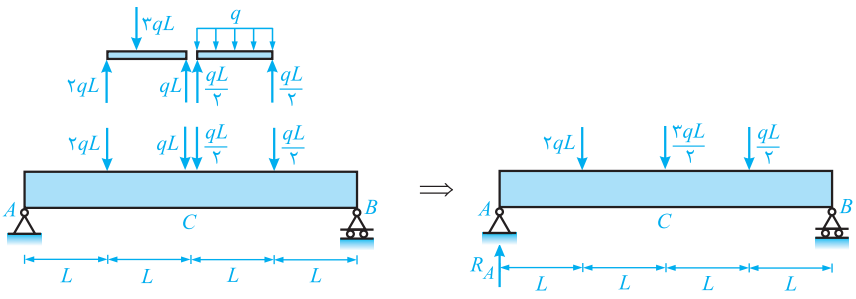
۱) $\frac{۱۹qL^۲}{۸EI}$

۲) $\frac{۱۱qL^۲}{۴EI}$

۳) $\frac{۱۹qL^۲}{۴EI}$

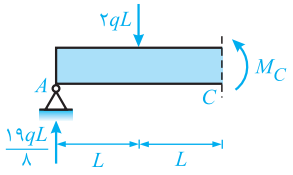
۴) $\frac{۱۱qL^۲}{۸EI}$

حل:



$$\sum M_B = ۰ \Rightarrow R_A \times ۴L = ۲qL \times ۳L + \frac{۳qL}{۲} \times ۲L + \frac{qL}{۲} \times L \Rightarrow R_A = \frac{۱۹qL}{۸}$$

$$M_C = \frac{۱۹qL}{۸} \times ۲L - ۲qL \times L$$

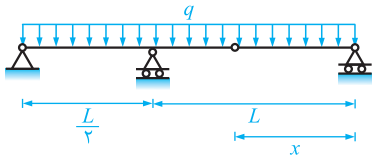


$$M_C = \frac{۱۱qL^۲}{۴}$$

$$\text{انحناء} = K_C = \frac{M_C}{EI} = \frac{۱۱qL^۲}{۴EI}$$

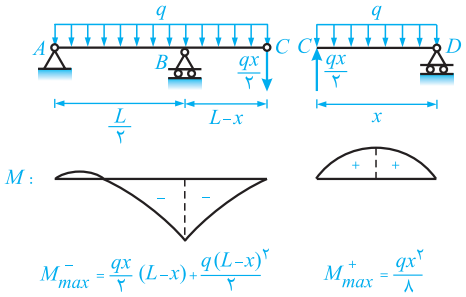
بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

۵- در تیر مقابل x را طوری بیابید که لنگر حداکثر در طول تیر مینیمم شود؟



۱) $(-۲+۲\sqrt{۲})L$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}L$
۳) $(-\frac{۱}{۲}+\sqrt{۲})L$
۴) $(-۱+\sqrt{۲})L$

حل: برای حداقل شدن مقدار لنگر حداکثر در طول تیر، باید لنگر خمشی حداکثر مثبت و منفی در طول تیر یکسان شود. بنابراین داریم:



$$M^{+}_{max}=M^{-}_{max} \Rightarrow \frac{qx^{۲}}{۸}=\frac{qx}{۲}(L-x)+\frac{q(L-x)^{۲}}{۲}$$

$$\Rightarrow x^{۲}=۴x(L-x)+۴(L-x)^{۲}$$

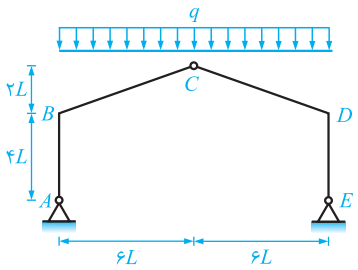
$$\Rightarrow x^{۲}=۴xL-۴x^{۲}+۴(L^{۲}+x^{۲}-۲Lx)$$

$$\Rightarrow x^{۲}+۴xL-۴L^{۲}=۰ \Rightarrow x=(-۲+۲\sqrt{۲})L$$

$M^{-}_{max}=\frac{qx}{۲}(L-x)+\frac{q(L-x)^{۲}}{۲}$ $\quad$ $M^{+}_{max}=\frac{qx^{۲}}{۸}$

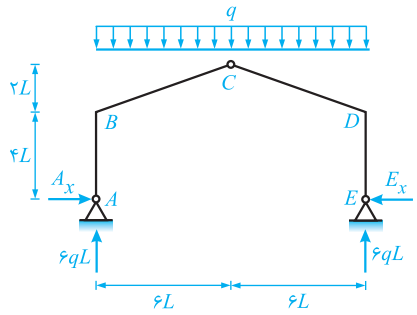
با توجه به مقدار به‌دست آمده برای x با اندکی دقت می‌توان دریافت لنگر حداکثر مثبت در طول CD ایجاد می‌شود. بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

۶- محل لنگر خمشی حداکثر در عضو BC از قاب مقابل، در چه فاصله‌ای از نقطهٔ C قرار دارد؟



۱) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۶}$
۲) $\frac{۲\sqrt{۱۰}}{۳}$
۳) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۳}$
۴) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۴}$

حل:

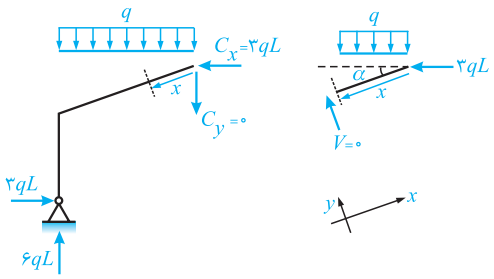


$$ABC: \sum M_C=۰$$

$$۶qL\times ۶L=A_x\times ۶L+q\times ۶L\times ۳L$$

$$A_x=۳qL$$

دقت شود لنگر خمشی حداکثر در طول BC در نقطه‌ای ظاهر می‌شود که مقدار برش در آن نقطه صفر باشد.



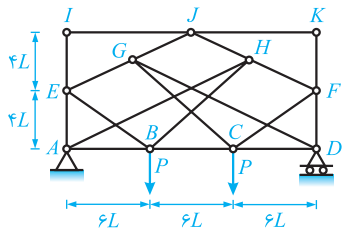
$$\sum F_y=۰ \Rightarrow ۳qL\times sin\,\alpha=q\times x cos\,\alpha\times cos\,\alpha$$

$$۳L\times\frac{۲}{\sqrt{۴۰}}=x\,(\frac{۶}{\sqrt{۴۰}})^{۲}$$

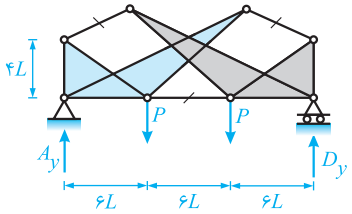
$$\Rightarrow x=\frac{\sqrt{۴۰}}{۶}=\frac{۲\sqrt{۱۰}}{۶}=\frac{\sqrt{۱۰}}{۳}$$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

۷- نیروی داخلی عضو BC در خرپای مقابل، کدام است؟

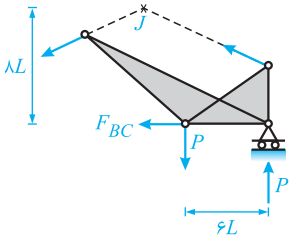


۱) $\frac{۳P}{۴}$
۲) صفر
۳) $\frac{۲P}{۳}$
۴) $\frac{۴P}{۳}$



حل: با بررسی تعادل در مفاصل K ، I و سپس J می‌توان دریافت اعضای EI ، JI ، KJ ، KF ، GJ ، JH صفر نیرویی می‌باشند.

خرپای باقیمانده از اتصال دو جسم صلب خرپایی توسط سه میله تشکیل شده و برای حل لازم است این دو جسم را از یکدیگر جدا کنیم:



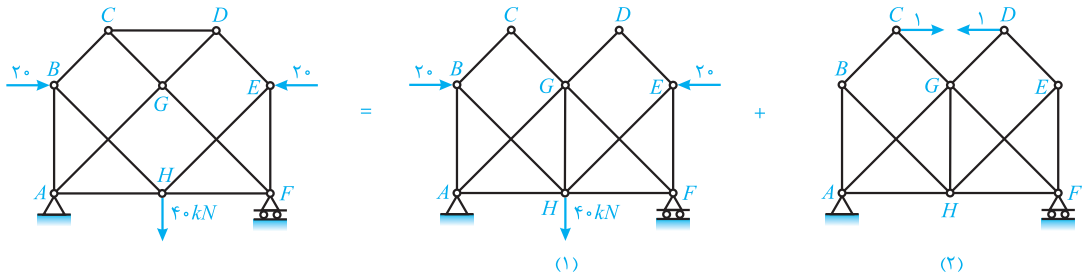
$$\text{تقارن} \Rightarrow A_y = D_y = P$$

$$\sum M_J = ۰ \Rightarrow F_{BC} \times ۸L = P \times ۶L$$

$$F_{BC} = \frac{۳P}{۴}$$

بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

۸- به منظور تحلیل خرپای بغرنج زیر، عضو *CD* را در خرپا به *HG* منتقل کرده‌ایم، اگر نتایج تحلیل در خرپای (۱) و (۲) مطابق جدول زیر باشد، نیروی عضو *AB* کدام است؟



نام عضو	نیرو در خرپای (۱) (kN)	نیرو در خرپای (۲) (kN)
AB	۲۰	۱
HG	۸۰	۱

۱) $-۶۰\,kN$ ۲) $۶۰\,kN$ ۳) $۱۰۰\,kN$ ۴) $-۱۰۰\,kN$

حل: خرپاهایی وجود دارند که برای تحلیل آنها نمی‌توان از روش‌های متداول نظیر مفصل و مقطع استفاده کرد. این خرپاها، که نسبتاً پیچیده هستند را بغرنج می‌نامند. یکی از مهمترین روش‌های تحلیل این خرپاها روش هنبرگ می‌باشد. مطابق این روش ابتدا موقعیت یکی از اعضای خرپا را تغییر می‌دهیم و خرپای جدیدی را ایجاد می‌کنیم. باید توجه داشته باشیم که اولاً خرپای ایجاد شده پایدار باشد و ثانیاً تحلیل این خرپا با روش‌های مفصل و مقطع امکان‌پذیر باشد.

در ادامه با تحلیل خرپای جدید تحت بارگذاری اصلی و بارگذاری مجازی (بار واحد روی مفاصل عضو جدا شده) و استفاده از نتایج آن در رابطه هنبرگ می‌توان نیروی هر یک از اعضای خرپای اصلی را به‌دست آورد.

$$F_{ij} = F_{ij_۱} + T \times F_{ij_۲}$$

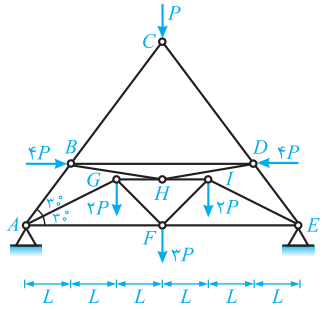
F_{ij}: نیروی عضو ij در خرپای اولیه، $F_{ij_۱}$: نیروی عضو ij در خرپای تبدیل یافته تحت اثر بار خارجی، $F_{ij_۲}$: نیروی عضو ij در خرپای تبدیل یافته تحت اثر بار واحد، T : نیروی عضو جابه‌جا شده. در ادامه چون در خرپای اولیه عضو GH وجود ندارد $F_{GH} = ۰$ بوده و داریم:

$$۰ = F_{GH_۱} + T \times F_{GH_۲} \Rightarrow ۰ = ۸۰ + T \times ۱ \Rightarrow T = -۸۰$$

$$F_{AB} = F_{AB_۱} + T \times F_{AB_۲} = ۲۰ + (-۸۰) \times ۱ = -۶۰\,kN$$

بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

۹- جابه‌جایی نسبی نقاط B و D در خرپای مقابل کدام است؟ $(AE = cte)$



۱) $\frac{۸PL}{AE}$

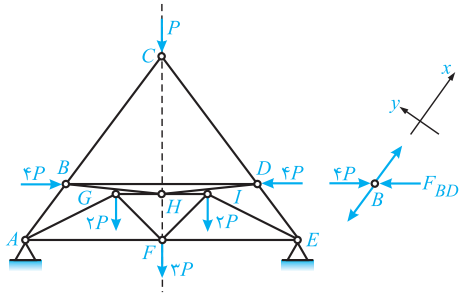
۲) $\frac{۴PL}{AE}$

۳) $\frac{۲PL}{AE}$

۴) $\frac{۱۶PL}{AE}$

حل:

نکته: برای محاسبهٔ جابه‌جایی نسبی مفاصل دو انتهای یک عضو خرپایی کافیست تغییر طول عضو موردنظر را محاسبه کنیم. بدین منظور ابتدا نیروی عضو مربوطه را به‌دست آورده و سپس با استفاده از رابطهٔ مقاومت مصالح $\Delta L = \frac{FL}{AE}$ جابه‌جایی نسبی مفاصل موردنظر را محاسبه می‌کنیم.



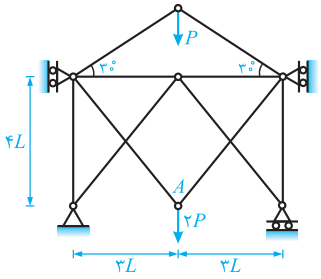
خرپا متقارن بوده و با بررسی تعادل در مفصل H روی محور تقارن می‌توان دریافت اعضای BH و DH صفر نیرویی می‌باشند. از طرفی با بررسی تعادل مفصل B نیروی عضو BD، $۴P$ و به‌صورت فشاری خواهد بود.

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow F_{BD} = ۴P$$

$$\Delta L_{BD} = \Delta_{B/D} = \frac{F_{BD} \times L_{BD}}{AE} = \frac{۴P \times ۴L}{AE} = \frac{۱۶PL}{AE}$$

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

۱۰- تغییر مکان قائم نقطهٔ A در خرپای مقابل کدام است؟ $(AE = cte)$



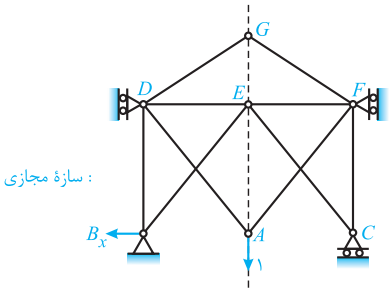
۱) $\frac{۲۲۱PL}{۱۶AE}$

۲) $\frac{۲۹PL}{AE}$

۳) $\frac{۱۸۹PL}{۱۶AE}$

۴) $\frac{۲۵PL}{AE}$

حل: از روش بار واحد استفاده می‌کنیم بنابراین سازهٔ مجازی به صورت مقابل می‌باشد:

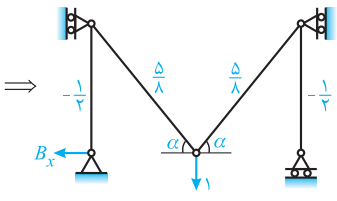


$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow B_x = ۰ \Rightarrow$$ می‌توان خرپا را متقارن فرض کرد

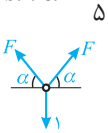
با بررسی تعادل در مفاصل G و E روی محور تقارن داریم:

$$F_{DG} = F_{FG} = F_{BE} = F_{CE} = ۰$$

از طرفی با توجه به عدم جابه‌جایی افقی در مفصل E می‌توان دریافت اعضای DE و FE فاقد تغییر طول بوده و این اعضاء نیز صفر نیرویی می‌باشند.

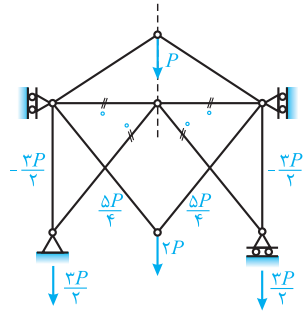


$$sin\,\alpha = \frac{۴}{۵}$$



$$۲F sin\,\alpha = ۱ \Rightarrow F = \frac{۱}{۲sin\,\alpha} = \frac{۵}{۸}$$

به‌طور مشابه برای سازه اصلی داریم:

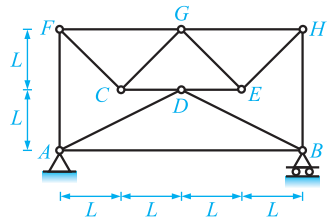


$$\Delta_A = ۲\times\frac{(-\frac{۳P}{۲})\times(-\frac{۱}{۲})\times ۴L}{AE} + ۲\times\frac{\frac{۵P}{۴}\times\frac{۵}{۸}\times ۵L}{AE}$$

$$\Delta_A = \frac{۶PL}{AE} + \frac{۱۲۵PL}{۱۶AE} = \frac{۲۲۱PL}{۱۶AE}$$

بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

۱۱- در صورتی‌که تغییر دمای اعضاء خرپا مقابل $\pm T_{\circ}$ باشد، حداکثر مقدار جابه‌جایی نسبی نقـاط F و H کدام است؟



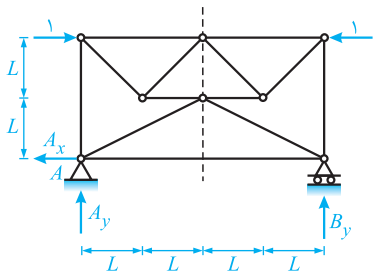
۱) $\pm ۲\alpha LT_{\circ}$

۲) $\pm \alpha LT_{\circ}$

۳) $\pm ۴\alpha LT_{\circ}$

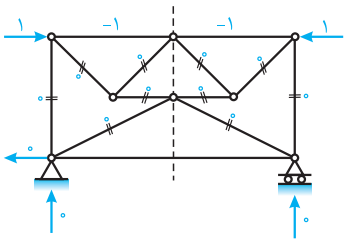
۴) صفر

حل: خرپا معین بوده و تغییر دمای اعضاء خرپا نیرویی در اعضاء تولید نمی‌کند. با استفاده از روش کار مجازی داریم:



از بررسی تعادل $\sum F_x = ۰$ در خرپا عکس‌العمل A_x صفر بوده و می‌توان خرپا را متقارن فرض کـرد. بنابراین اعضای صفر نیرویی در خرپا با استفاده از نکات خرپاهای متقارن به‌صورت زیر می‌باشد:

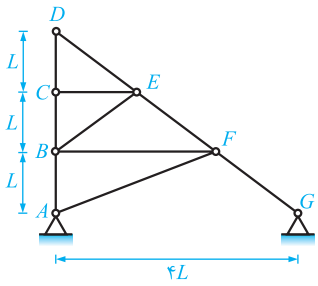
$$\begin{cases} \sum M_A = ۰ \Rightarrow B_y = ۰ \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow A_y = ۰ \end{cases} \Longrightarrow$$



$$\Delta_{F/H} = \sum F\alpha L\Delta T = (-۱)\times\alpha(۲L)(\pm T_{\circ})\times ۲ = \pm ۴\alpha LT_{\circ}$$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

۱۲- در اثر افزایش دمای میله‌های DE، EF و FG به مقدار $T_{\circ}$، حداکثر تغییر مکان مفصل D کـدام است؟



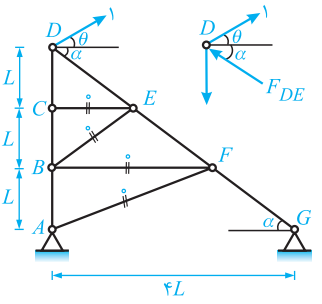
۱) $\frac{۵}{۴}\alpha LT_{\circ}$

۲) $\frac{۲۵}{۴}\alpha LT_{\circ}$

۳) $\frac{۵}{۳}\alpha LT_{\circ}$

۴) $۵\alpha LT_{\circ}$

حل: سازه معین بوده و تغییر دمای اعضاء نیرویی در اعضاء تولید نمـی‌کنـد. بـرای یـافتن حـداکثر مقدار تغییر مکان مفصل D یک بار واحد با زاویه مجهول θ را روی این مفصل اعمال نمـوده و تغییـر مکان این مفصل را در امتداد زاویهٔ θ محاسبه می‌کنیم:



$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F_{DE}\cos\alpha = ۱\cos\theta$$

$$F_{DE} = \frac{\cos\theta}{\cos\alpha} = \frac{\cos\theta}{\frac{۴}{۵}}$$

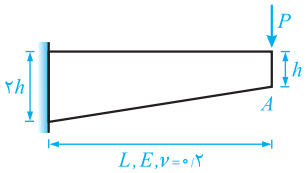
$$F_{DE} = \frac{۵}{۴}\cos\theta \text{ فشاری} \Rightarrow F_{DE} = F_{EF} = F_{FG} = -\frac{۵}{۴}\cos\theta$$

$$\Delta_D = \sum \bar{F}\alpha L\Delta T = (-\frac{۵}{۴}\cos\theta)\times\alpha(۵L)T_{\circ}$$

$$\frac{d\Delta_D}{d\theta} = ۰ \Rightarrow \sin\theta = ۰ \Rightarrow \theta = ۰ \Rightarrow \Delta_{D_{max}} = \frac{۲۵\alpha LT_{\circ}}{۴}$$

بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

۱۳- در تیر زیر، عرض مقطع در طول تیر ثابت بوده و برابر b می‌باشد و ارتفاع مقطع آن به‌صورت خطی در طول تیر تغییر می‌کند. جابه‌جایی قائم A ناشی از تغییر شکل‌های برشی کدام است؟



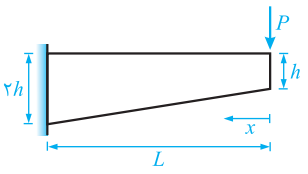
۱) $\frac{۲/۴\,PL}{۵Ebh}\times ln\,۲$

۲) $\frac{۱۲\,PL}{۵Ebh}\times ln\,۲$

۳) $\frac{۶\,PL}{۵Ebh}\times ln\,۲$

۴) $\frac{۱۴/۴\,PL}{۵Ebh}\times ln\,۲$

حل: سازه مجازی مشابه با سازه اصلی بوده و داریم:



$$h(x)=h+\frac{hx}{L}$$

$$V(x)=P$$

$$A_s(x)=\frac{۵}{۶}bh(x)=\frac{۵}{۶}b\left(h+\frac{hx}{L}\right)$$

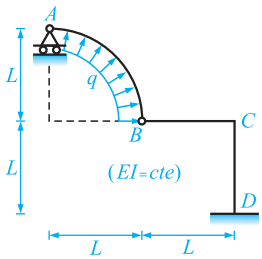
$$\Delta_A=\int\frac{V\bar{V}}{GA_s}dx=\int_۰^L\frac{P\times ۱}{\frac{E}{۲(۱+۰/۲)}\times\frac{۵}{۶}b\left(h+\frac{hx}{L}\right)}dx$$

$$\Delta_A=\frac{۱۴/۴P}{۵Ebh}\int_۰^L\frac{dx}{۱+\frac{x}{L}}$$

$$\Delta_A=\frac{۱۴/۴\,PL}{۵Ebh}\times\left[ln\left(۱+\frac{x}{L}\right)\right]_۰^L=\frac{۱۴/۴\,PL\times ln\,۲}{۵Ebh}$$

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

۱۴- جابه‌جایی افقی نقطهٔ B در قاب مقابل کدام است؟



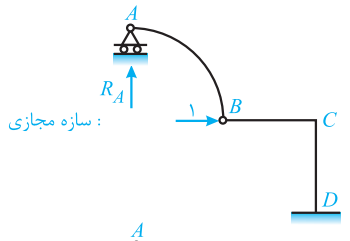
۱) $\frac{۵qL^۴}{۱۲EI}$

۲) $\frac{qL^۴}{۶EI}$

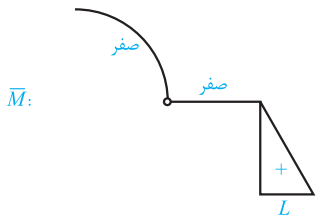
۳) $\frac{۷qL^۴}{۱۲EI}$

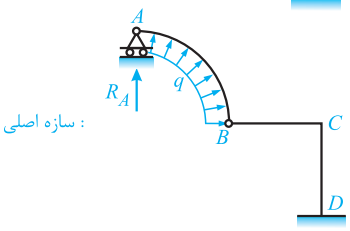
۴) $\frac{qL^۴}{۳EI}$

حل: قاب معین بوده و با استفاده از روش کار مجازی داریم:

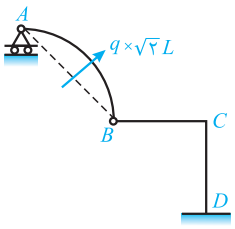


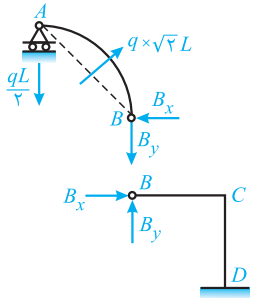
$$AB:\ \sum M_B=۰\ \Rightarrow\ R_A=۰\ \Rightarrow$$



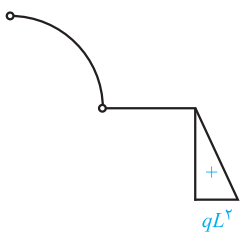


$\Rightarrow$





$$\begin{cases}\sum F_x=۰\ \Rightarrow\ B_x=qL\\ \sum M_A=۰\ \Rightarrow\ B_y=۰\end{cases}\Rightarrow$$



$$\Delta_{B_x}=\int\frac{M\bar{M}}{EI}dx=\frac{qL^۲\times L\times L}{۳EI}=\frac{qL^۴}{۳EI}$$

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.