

سینا کتابخانه‌ی حکمه آموزشی کارشناسی ارشد

# برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها

## مجموعه مهندسی صنایع

مؤلف: محمدحسین پورسعیدی

پورسعیدی، محمدحسین

برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها رشته مهندسی صنایع / محمدحسین پورسعیدی

مشاوران صعود ماهان، ۱۴۰۱

۲۱۷ ص: جدول، نمودار (آمادگی آزمون کارشناسی ارشد مهندسی صنایع)

ISBN: 978-600-458-841-6

نهرستنویسی بر اساس اطلاعات فیبا.

فارسی - چاپ اول

۱- برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها ۲- آزمونها و تمرینها (عالی) ۳- آزمون دوره‌های تحصیلات تکمیلی

۴- دانشگاهها و مدارس عالی - ایران - آزمونها

محمدحسین پورسعیدی

ج - عنوان

QA ۲۷۶ آ ۸۶ ط / ۱۸ / ۱۸

ردیبلدی دیوین: ۵۱۹/۰۵۷۶

کتابخانه ملی ایران ۱۹۷۱۹۵۳

نام کتاب: برنامه ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها

مولف: محمدحسین پورسعیدی

ناشر: مشاوران صعود ماهان

نوبت و تاریخ چاپ: اول / ۱۴۰۱

اندازه: ۱۰۰ نسخه ۳۹۰/۲۰۰ ریال

قیمت:



شابک: ISBN: ۹۷۸-۶۰۰-۴۵۸-۸۴۱-۶

انتشارات مشاوران صعود ماهان: خیابان ولی‌عصر، بالاتر از تقاطع مطهری،

روبوروی قنادی هتل بزرگ تهران، جنب بانک ملی، پلاک ۲۰۵۰

تلفن: ۰۲۱-۱۱۳-۸۸۱۰۰

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به موسسه آموزش عالی آزاد ماهان می‌باشد و هر گونه اقتباس کپی‌برداری از این اثر بدون اخذ مجوز پیگرد قانونی دارد.

## مقدمه ناشر

آیا آنانکه می‌دانند با آنانکه نمی‌دانند برابرند؟ (قرآن کریم)

پس از حمد و سپاس و ستایش به درگاه بی همتای احادیث و درود بر محمد مصطفی، عالی نمونه بشریت که در تاریک دور تاریخ، بنا به فرمان نافذ صمدیت از میان مردمی برخاست که خود بودند در پستترین حد توحش و ضلال و بربرت و آنگاه با قوانین شامل خویش هم ایشان را راهبری نمود و رهانید از بدويت و استعانت جوییم از قرآن کریم، کتابی که هست جاودانه و بی نقص تا ابدیت.

کتابی که در دست دارید آخرین ویرایش از مجموعه کتب خودآموز مؤسسه آموزش عالی آزاد ماهان است که برمبنای خلاصه درس و تأکید بر نکات مهم و کلیدی و تنوع پرسش‌های چهار گزینه‌ای جمع‌آوری شده است. در این ویرایش ضمن توجه کامل به آخرین تغییرات در سرفصل‌های تعیین شده جهت آزمون‌های ارشد تلاش گردیده است که مطالب از منابع مختلف معتبر و مورد تأکید طراحان ارشد با ذکر مثال‌های متعدد بصورت پرسش‌های چهار گزینه‌ای با کلید و در صورت لزوم تشریح کامل ارائه گردد تا دانشجویان گرامی را از مراجعه به سایر منابع مشابه بی نیاز نماید.

لازم به ذکر است شرکت در آزمون‌های آزمایشی ماهان که در جامعه آماری گستردگی و در سطح کشور برگزار می‌گردد می‌تواند محک جدی برای عزیزان دانشجو باشد تا نقاط ضعف احتمالی خود را بیابند و با مرور مجدد مطالب این کتاب، آنها را برطرف سازند که تجربه سال‌های مختلف موکد این مسیر به عنوان مطمئن‌ترین راه برای موفقیت می‌باشد.

لازم به ذکر است از پورتال ماهان به آدرس [www.mahanportal.ir](http://www.mahanportal.ir) می‌توانید خدمات پشتیبانی را دریافت دارید. و نیز بر خود می‌باليم که همه ساله میزان تطبیق مطالب این کتاب با سوالات آزمون‌های ارشد - که از شاخصه‌های مهم ارزیابی کیفی این کتاب‌ها می‌باشد - ما را در محضر شما سربلند می‌نماید.

در خاتمه بر خود واجب می‌دانیم که از همه اساتید بزرگوار و دانشجویان ارجمند از سراسر کشور و حتی خارج از کشور و همه همکاران گرامی که با ارائه نقطه نظرات سازنده خود ما را در پریارتر کردن ویرایش جدید این کتاب باری نمودند سپاسگزاری نموده و به پاس تلاش‌های بی چشمداشت، این کتاب را به محضرشان تقدیم نماییم.

مؤسسه آموزش عالی آزاد ماهان  
تعاونت آموزش

## مقدمه مؤلف

این مجموعه با توجه به رقابت روز افزون میان داوطلبان کنکور کارشناسی ارشد در رشته مهندسی صنایع و از طرفی کمبود مراجع کامل و فشرده علمی که دانشجو بتواند در کمترین زمان ممکن به مهمترین مطالب درسی مورد نیاز برای آزمون کارشناسی ارشد دسترسی یابد، تهیه گردیده است. مطالب موجود در این کتاب حاصل جمع‌آوری نکات مهم از کتب معتبر درس کنترل موجودی، جزوای کنکور و جزوای درسی دانشگاهی و همچنین تجربه مولف در تدریس درس برنامه‌ریزی و کنترل موجودی در موسسات آموزش عالی مختلف می‌باشد.

در مجموعه گردآوری شده در ابتداء مباحث درسی به همراه نکات مهم آن به صورت کامل بررسی شده و سپس در انتهای هر مطلب مسائلی جهت آشنایی بهتر و درک مفاهیم به صورت مثال حل گردیده است. در انتها نیز سوالات چهارگزینه‌ای همراه با پاسخ تشریحی جهت تمرین بیشتر و آشنایی با سوالات کنکور فراهم آمده است. در تهیه مطالب این جزو سعی شده است دانشجو کمترین نیاز به مراجعته به متون مرجع را داشته باشد، با این همه از آنها که ممکن است مجموعه حاضر حاوی برخی اشکالات و نوادرشی باشد، دریافت نظرات اصلاحی دانشجویان گرامی و استادی محترم بسیار ارزشمند بوده و باعث غنای بیشتر محتواهی این مجموعه خواهد شد. از این رو می‌توانید نظرات اصلاحی خود را از طریق پست الکترونیکی [Mhpoursaeidi@gmail.com](mailto:Mhpoursaeidi@gmail.com) با اینجانب در میان بگذارید. پیش‌اپیش از شما عزیزان تشکر و قدردانی می‌نمایم.

در انتهای لازم است از خدمات تمامی دوستان و استادی گرامی که در تهیه این کتاب مرا یاری نموده‌اند تشکر و قدردانی شود. همچنین از کلیه مسؤولان و کارکنان موسسه آموزش عالی آزاد ماهان که جهت آماده سازی مجموعه حاصل، تلاش کرده‌اند سپاسگزاری می‌نمایم.

امید است با مطالعه این مجموعه مهارت و سرعت عمل لازم برای پاسخگویی به سوالات فراهم آید.

با امید توفيق

محمدحسین پورسعیدی

## فهرست مطالب

### صفحه

### عنوان

۹	فصل اول: تعاریف و مفاهیم .....
۱۱	۱- تعریف موجودی و کنترل موجودی .....
۱۱	۲- طبقه‌بندی موجودیها .....
۱۱	۳- دلایل نگهداری موجودی .....
۱۲	۴- نقش موجودیها در اقتصاد و تولید .....
۱۲	۵- هزینه‌های مربوط به سیستم موجودی .....
۱۲	۶- هزینه تدارک مواد .....
۱۳	۷- هزینه نگهداری موجودی .....
۱۳	۸- هزینه کمبود .....
۱۴	۹- متغیرهای حالت در یک سیستم موجودی .....
۱۴	۱۰- نمودارهای هزینه کنترل موجودی .....
۱۶	سوالات چهارگزینه‌ای فصل اول .....
۱۹	پاسخ سوالات چهارگزینه‌ای فصل اول .....
۲۱	فصل دوم: مدل قطعی ساده/ مدل ویلسون/ مدل مقدار سفارش اقتصادی (EOQ) .....
۲۳	۱- مقدمه .....
۲۳	۲- ساخت فرمول EOQ و معرفی پارامترها .....
۲۵	۳- نقطه سفارش مجدد (ROP) .....
۲۷	۴- تحلیل حساسیت مدل EOQ .....
۲۸	۵- مدل EOQ با هزینه خرید متغیر .....
۳۰	۶- مدل چند محصولی ساده .....
۳۰	۷- مدل EOQ چند محصولی با زمان سیکل مشترک (سفارش هماهنگ) .....
۳۰	۸- مدل EOQ چند محصولی با زمان سیکل مشترک و محدودیت تعداد دفعات سفارش در سال .....
۳۲	۹- مدل گسسته EOQ .....
۳۴	سوالات چهارگزینه‌ای فصل دوم .....
۴۰	پاسخ سوالات چهارگزینه‌ای فصل دوم .....
۴۷	فصل سوم: مدل کمبود .....
۴۹	۱- کمبود قابل جبران (کمبود پس افت) .....
۵۱	۲- فروش از دست رفته .....
۵۴	سوالات چهارگزینه‌ای فصل سوم .....
۵۷	پاسخ سوالات چهارگزینه‌ای فصل سوم .....
۶۱	فصل چهارم: مدل EPQ .....
۶۳	۱- مقدمه .....
۶۳	۲- ساخت فرمول EPQ .....

۶۵	۳-۴- مدل EPQ چند محصولی .....
۶۶	۴-۴- مدل EPQ چند محصولی با زمان آماده سازی $S_j$ .....
۶۷	۵-۴- مدل EPQ در حالت کمبود پس افت .....
۷۲	سؤالات چهارگزینهای فصل چهارم .....
۷۷	پاسخ سوالات چهارگزینهای فصل چهارم .....
۸۳	فصل پنجم: مدل های محدودیت دار .....
۸۵	۱-۵- محدودیت فضا .....
۸۷	۲-۵- محدودیت سرمایه .....
۸۸	۳-۵- محدودیت تعداد دفعات سفارش در سال .....
۹۰	سؤالات چهارگزینهای فصل پنجم .....
۹۳	پاسخ سوالات چهارگزینهای فصل پنجم .....
۹۷	فصل ششم: مدل تخفیف .....
۹۹	۱-۶- تعریف تخفیف .....
۹۹	۲-۶- علل استفاده از تخفیف .....
۹۹	۳-۶- تخفیف کلی و تخفیف جزئی .....
۱۰۰	۴-۶- نمودارهای تخفیف کلی و جزئی .....
۱۰۱	۵-۶- الگوریتم حل مسائل تخفیف کلی .....
۱۰۴	۶-۶- الگوریتم حل مسائل تخفیف جزئی .....
۱۰۵	۷-۶- مدل حراج .....
۱۰۶	سؤالات چهارگزینهای فصل ششم .....
۱۱۰	پاسخ سوالات چهارگزینهای فصل ششم .....
۱۱۳	فصل هفتم: سیستم های سفارش دهنی .....
۱۱۵	۱-۷- سیستم های مرور دائم و مرور دوره ای .....
۱۱۵	۱-۱-۷- تعریف سیستم مرور دائم یا FOS یا $(r, Q)$ .....
۱۱۵	۲-۱-۷- تعریف سیستم مرور دوره ای یا FOI یا $(R, T)$ .....
۱۱۶	۳-۱-۷- عوامل مؤثر در انتخاب سیستم .....
۱۱۶	۲-۷- سیستم ظرف ذخیره یا دو ظرفی .....
۱۱۶	۳-۷- سیستم ترکیبی یا $(\delta, S) \text{ Min Max}$ .....
۱۱۷	سؤالات چهارگزینهای فصل هفتم .....
۱۱۸	پاسخ سوالات چهارگزینهای فصل هفتم .....
۱۱۹	فصل هشتم: طبقه بندی ارزش اجناس (آنالیز ABC) .....
۱۲۱	۱-۸- مقدمه .....
۱۲۱	۲-۸- روش اعمال طبقه بندی ارزش اجناس .....
۱۲۴	سؤالات چهارگزینهای فصل هشتم .....
۱۲۵	پاسخ سوالات چهارگزینهای فصل هشتم .....
۱۲۷	فصل نهم: مدل های احتمالی .....
۱۲۹	۱-۹- ذخیره اطمینان (Safety Stock) .....
۱۲۹	۲-۹- سطح سرویس دهنی (Service Level) .....
۱۳۰	۳-۹- الگوریتم حل مسائل احتمالی ساده FOS .....
۱۳۳	۴-۹- الگوریتم حل مسائل احتمالی ساده FOI .....
۱۳۴	۵-۹- مقایسه سیستمهای موجودی FOS و FOI .....
۱۳۶	۶-۹- مدل تک پریودی احتمالی .....
۱۳۹	سؤالات چهارگزینهای فصل نهم .....
۱۴۴	پاسخ سوالات چهارگزینهای فصل نهم .....
۱۴۹	فصل دهم: روش های تعیین اندازه انباشت .....
۱۵۱	۱-۱۰- روش مقدار سفارش ثابت (FOQ) .....

۱۵۱	۲-۱- روش دوره سفارش ثابت (FOI)
۱۵۲	۳-۱- روش مقدار سفارش اقتصادی (EOQ)
۱۵۲	۴-۱- روش مقدار سفارش (POQ)
۱۵۲	۵-۱- روش Lot-for-Lot
۱۵۲	۶-۱- روش حداقل هزینه واحد (LUC)
۱۵۳	۷-۱- روش حداقل هزینه کل (LTC)
۱۵۴	۸-۱- روش بالانس هزینه نگهداری و سفارش (PPB)
۱۵۵	۹-۱- روش سیلور- میل
۱۵۷	سوالات چهارگزینهای فصل دهم
۱۵۸	پاسخ سوالات چهارگزینهای فصل دهم
۱۵۹	فصل يازدهم: پيش‌بياني
۱۶۱	۱-۱- اهميت پيش‌بياني
۱۶۱	۲-۱- روشهای پيش‌بياني
۱۶۲	۱-۲-۱- روش ميانگين رياضي
۱۶۳	۲-۲-۱- روش ميانگين متدرك ساده
۱۶۳	۳-۲-۱- روش ميانگين متدرك وزني
۱۶۴	۴-۲-۱- روش هموارسازی نمایی
۱۶۵	۵-۲-۱- روش رگرسيون
۱۶۷	سوالات چهارگزینهای فصل يازدهم
۱۷۰	پاسخ سوالات چهارگزینهای فصل يازدهم
۱۷۳	سوالات چهارگزینهای و پاسخنامه آزمون سالهای ۸۶-۹۳



# فصل اول

## تعاریف و مفاهیم

### عذایین اصلی

- ❖ تعاریف و مفاهیم مربوط به موجودی و کنترل موجودی
- ❖ هزینه‌های مربوط به سیستم موجودی
- ❖ متغیرهای حالت در یک سیستم موجودی
- ❖ نمودارهای هزینه کنترل موجودی



# فصل اول

## تعاریف و مفاهیم

### ۱- تعریف موجودی و کنترل موجودی

موجودی عبارت است از کلیه اجناس، مصالح، مواد و... که به صورت راکد جهت جوابگویی تقاضایی در آینده تحت کنترل و استفاده مؤسسه قرار می‌گیرد.

کنترل موجودی فن نگهداری کالا و موجودی در سطح مطلوب و با کمترین هزینه است.

نکته: داراییهایی نظیر ماشین آلات، ساختمان، لوازم اداری و... در این قسمت مورد نظر نیست و شامل تعریف موجودی نمی‌شوند.

نکته: داراییهایی نظیر نفت داخل لوله‌های پالایشگاه که به صورت ثابت نگهداری نمی‌شوند، جزء تعریف موجودی نمی‌باشد ولی نفت داخل مخازن جزء موجودی به حساب می‌آید.

### ۲- طبقه بندی موجودیها

۱- مواد خام: نفت خام، سنگ معدن و...

۲- مواد اولیه: آرد در یک کارخانه نان ماشینی، نخ در یک کارخانه بافندگی

۳- قطعات مربوط به تولید (آماده مونتاژ): گیربکس آماده مونتاژ روی اتومبیل

۴- قطعات نیمه تمام

۵- محصولات تمام شده (نهایی)

### ۳- دلایل نگهداری موجودی

صرفنظر از سرمایه بلوکه شده به خاطر نگهداری کالاهای موجودی ها، کالای انبارشده متضمن هزینه‌های حفظ و نگهداری نیز می‌باشد. اگر کالایی دارای چنان وضعیتی باشد که در هر زمانی که طلب شد در دسترس قرار گیرد شاید نیازی به انبار کردن آن نباشد ولی معمولاً تهیه کالا به این سهولت امکان پذیر نیست.

به طور کلی به دلایل زیر سازمانها اقدام به نگهداری کالا و پذیرش هزینه‌های ناشی از انبار نمودن کالا می‌نمایند:

۱- عدم وجود امکانات عملی و اقتصادی برای تأمین به موقع کالا

۲- ذخیره سازی احتیاطی یا ذخیره اطمینان

۳- هموارسازی عملیات سازمان

۴- ایجاد تسهیلات در حمل و نقل کالا

۵- تولید گروهی قطعات مشابه



- جلوگیری از زیان ناشی از افزایش قیمت

- نشان رونق و اعتبار سازمانی

- ترغیب مشتری به خرید به واسطه در معرض دید قراردادن

#### ۱-۴- نقش موجودیها در اقتصاد و تولید

در برابر هزینه‌هایی که یک واحد صنعتی یا تولیدی یا... به علت نگهداری متحمل می‌شود، نتایج مثبت و جالبی را نیز عاید واحد خواهد کرد.

\* قسمت فروش کارخانه همواره در پی این است که کالا به اندازه کافی در انبار کارخانه موجود باشد تا بتواند در برابر تقاضای مشتریان پاسخگو باشد.

\* قسمت امور مالی کارخانه و قسمت حسابداری صنعتی در پی این هستند که موجودی‌های کارخانه را به علت هزینه‌های نگهداری و بلوکه شده کاهش دهند.

\* قسمت تولید در پی این است که همواره سفارش از یک نوع کالا بالا و موجودیها زیاد باشد تا مرتباً مجبور به تعویض خط تولید نباشد.

\* قسمت خرید و تدارکات با توجه به تخفیف‌های کلی در برابر خرید بیشتر متمایل است که کالا را در حجم زیادتر خریداری نماید.

\* قسمت انبار به علت محدودیت در فضا و حمل و نقل و احتمال خرابی و خطرات جانبی علاقمند به نگهداری کالا در حجم زیاد نیست.

#### ۱-۵- هزینه‌های مربوط به سیستم موجودی

##### ۱-۵-۱- هزینه تدارک مواد

هزینه‌ای است که از زمان سفارش دادن تا رسیدن به درب انبار پرداخت می‌گردد و شامل دو نوع هزینه خرید (تولید) و هزینه ثابت سفارش دهی (هزینه آماده سازی) است.

##### - هزینه ثابت سفارش دهی / هزینه آماده سازی ( $TC_A$ )

هزینه‌ای است که جهت سفارش دهی تعدادی محصول برای خرید/ تولید پرداخت می‌گردد. این هزینه به تعداد سفارش بستگی ندارد، یعنی قابل بیان به ازای واحد محصول نیست. مانند هزینه‌های پیگیری، تلفن، تعویض قالب، آموزش کارکنان و... نحوه محاسبه کل هزینه ثابت سفارش دهی (هزینه آماده سازی) به صورت زیر است:

$$TC_A = A \cdot N$$

A: هزینه هر بار ثبت سفارش

N: تعداد دفعات سفارش سالیانه

##### - هزینه خرید / تولید مواد ( $TC_r$ )

هزینه‌ای است که جهت خرید/ تولید کالا پرداخت می‌گردد.

نحوه محاسبه کل هزینه خرید (هزینه تولید) کالا به صورت زیر است:

$$TC_r = D \cdot C$$

C: قیمت واحد کالا

D: تقاضای سالیانه

در صورتی که قیمت خرید کالایی متغیر باشد، هزینه خرید بر مبنای متوسط قیمت خرید سالیانه محاسبه می‌گردد.

$$TC_r = D \cdot E[C] = D \cdot \bar{C}$$

نکته: هزینه‌هایی نظیر حمل و نقل مواد سفارش داده شده و بازرگانی جزء هزینه‌های تدارک مواد محسوب می‌شوند. در صورتی که این هزینه‌ها قابل بیان به ازای واحد محصول باشند، جزء قیمت محصول محاسبه شده و در هزینه‌های خرید (تولید) مواد جای می‌گیرند. در غیر این صورت جزء هزینه‌های سفارش دهی (آماده سازی) می‌باشند.

### ۱-۵-۲- هزینه نگهداری موجودی

هزینه‌هایی است که به علت نگهداری موجودی پرداخت می‌گردد و عمدهاً شامل موارد زیر است:

الف) هزینه تسهیلات ابزار مانند اجاره سالیانه ابزار، آب، برق، گاز و...

ب) هزینه انتقال و جابجایی: مانند هزینه‌های حمل و نقل داخل ابزار

ج) هزینه از بین رفتن و یا فاسدشدن موجودی

د) هزینه کهنه و منسخ شدن

ه) هزینه مالیات بر موجودی

و) هزینه سرمایه درگیر موجودی (هزینه خواب سرمایه)

نحوه محاسبه هزینه نگهداری موجودی به صورت زیر است:

$$TC_H = H \bar{I}$$

$H$ : هزینه نگهداری هر واحد موجودی در واحد زمان

$\bar{I}$ : متوسط موجودی

نحوه محاسبه  $H$  (هزینه نگهداری هر واحد موجودی در واحد زمان) نیز به صورت زیر است:

$$H = i.c + w$$

ن: نرخ هزینه نگهداری

c: قیمت واحد کالا

w: هزینه نگهداری که به قیمت کالا بستگی ندارد اما براساس واحد محصول بیان می‌گردد.

نکته: تمامی هزینه‌های نگهداری موجودی معمولاً به قیمت محصول بستگی دارد به جز تسهیلات ابزار که از دو جهت با بقیه موارد متفاوت است:

۱- به قیمت کالا (c) وابسته نیست.

۲- در اکثر مواقع تسهیلات ابزار بر حسب ماکریم موجودی در مدت زمان بررسی می‌شود، در حالیکه سایر هزینه‌های نگهداری براساس متوسط موجودی محاسبه می‌گردند.

$$TC_H = H_1 \bar{I} + H_2 I_{\max}$$

$H_1$ : هزینه‌های نگهداری که به متوسط موجودی بستگی دارد.

$H_2$ : هزینه‌های نگهداری که به ماکریم موجودی بستگی دارد.

### ۱-۵-۳- هزینه کمبود

هنگامی که موجودی نتواند جوابگوی نیاز سازمان در زمان مقرر باشد، سازمان در ارتباط با این کمبود متحمل هزینه‌هایی خواهد شد. کمبود را می‌توان به دو نوع پس افت (تقاضای عقب افتاده) و فروش از دست رفته تقسیم کرد. بنابراین هزینه‌های کمبود می‌تواند به صورت آشکار (از دست دادن سود) و یا پنهان (لطمہ زدن به اعتبار سازمان) باشد.

این هزینه‌ها به دو دسته تقسیم می‌گردند:

- هزینه کمبود وابسته به زمان: ( $TC_{\hat{\pi}}$ )

نحوه محاسبه این هزینه به صورت زیر است:

$$TC_{\hat{\pi}} = \hat{\pi} \bar{B}$$

$\bar{B}$ : متوسط کمبود

$\hat{\pi}$ : هزینه هر واحد کمبود در واحد زمان

- هزینه کمبود مستقل از زمان: ( $TC_{\pi}$ )

نحوه محاسبه این هزینه به صورت زیر است:

$$TC_{\pi} = \pi B$$

B: تعداد واحد کمبود

$\pi$ : هزینه هر واحد کمبود

### ۱-۶- متغیرهای حالت در یک سیستم موجودی

متغیرهای حالت، متغیرهایی هستند که در هر لحظه وضعیت یا حالت سیستم موجودی را مشخص می‌کنند و به شرح ذیل می‌باشند.

I(t): موجودی در دست در زمان t

B(t): تعداد کمبود در زمان t

O(t): تعداد مواد در سفارش (سفارش در راه) در زمان t

نکته: سه متغیر بالا غیرمنفی و مستقل می‌باشند.

I(t)B(t) = ۰: نکته: در هر لحظه از زمان داریم:

NS(t): موجودی خالص در زمان t

رابطه موجودی خالص به صورت زیر است:

$$NS(t) = I(t) - B(t)$$

بنابراین در هر لحظه از زمان NS(t) می‌تواند مثبت، منفی و یا صفر باشد.

Y(t): موقعیت موجودی در زمان t

رابطه موقعیت موجودی به صورت زیر است:

$$Y(t) = NS(t) + O(t)$$

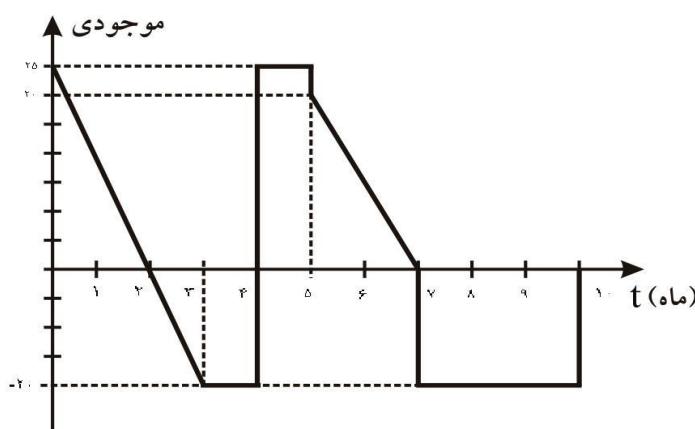
### ۱-۷- نمودارهای هزینه کنترل موجودی

این نمودارها دارای دو محور زمان و موجودی می‌باشند بطوریکه در قسمت مثبت محور موجودی، مقادیر مثبت و در قسمت منفی آن مقادیر کمبود نوشته می‌شود.

مثال ۱-۱: اگر هزینه کمبود هر واحد ۱۰ تومان و مستقل از زمان و هزینه کمبود وابسته به زمان در هر ماه ۲۰ تومان و

هزینه نگهداری هر واحد ۳ تومان در ماه باشد، کل هزینه مربوط به کالایی که دارای وضعیت به شکل زیر می‌باشد

چقدر است؟



حل:

$$H = ۳$$

$$\pi = ۱۰$$

$$\hat{\pi} = ۲۰$$

$$TC_H = H \cdot \bar{I} = ۳ \left( \frac{۲۵ \times ۲}{۲} + ۲۵ + \frac{۲۰ \times ۲}{۲} \right) = ۲۱۰$$

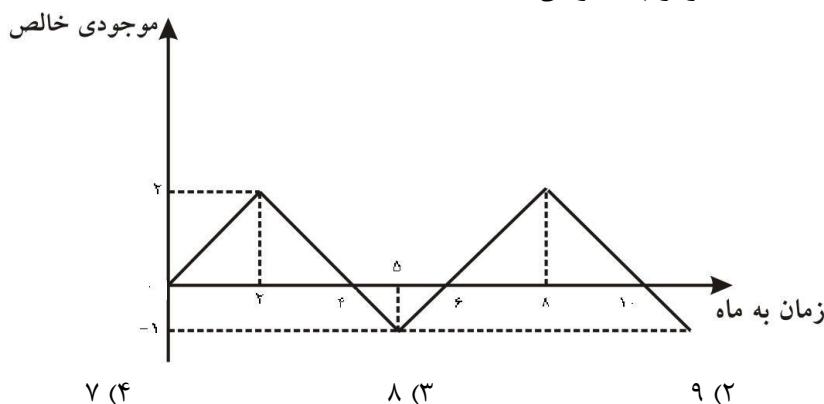


$$TC_{\pi} = \pi \cdot B = 10(20 + 20) = 400$$

$$TC_{\hat{\pi}} = \hat{\pi} \bar{B} = 20 \left( \frac{1 \times 20}{2} + 20 + 20 \times 3 \right) = 1800$$

$$\text{کل } TC = 210 + 400 + 1800 = 2410$$

مثال ۱-۲: موجودی خالص محصولی در طی ۱۰ ماه گذشته در شکل زیر ترسیم شده است. هزینه نگهداری هر واحد موجودی در ماه ۱ تومان و هزینه کمبود هر واحد موجودی شامل یک مؤلفه ثابت ۱۰ تومان برای هر واحد و یک مؤلفه وابسته به زمان (جریمه دیرکرد) برابر ۲۰ تومان برای هر واحد کمبود پس افت در ماه است. در این حالت هزینه نگهداری در طی ۱۰ ماه گذشته برابر چند تومان است؟



(۱) ۱۰

حل: گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا با توجه به شکل مقدار متوسط موجودی را به دست می‌آوریم و سپس هزینه نگهداری را محاسبه می‌کنیم.

$$H = 1$$

$$\bar{I} = \frac{4 \times 2}{2} + \frac{4 \times 2}{2} = 8$$

$$\text{هزینه نگهداری یک واحد در واحد زمان} \times \text{متوسط موجودی} = \text{هزینه نگهداری}$$

مثال ۱-۳: در مثال بالا مقدار هزینه کمبود چقدر است؟

۳۸ (۴)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

(۱)

حل: گزینه ۳ صحیح است.

توجه: هزینه کمبود شامل یک هزینه وابسته به زمان و یک هزینه غیر وابسته به زمان (مستقل از زمان) است.

$$\pi = 10$$

$$\hat{\pi} = 20$$

$$1 \text{ واحد} = \text{مقدار کل کمبود (B)}$$

$$(B) \bar{B} = \frac{2 \times 1}{2} = 1 \text{ متوسط کمبود}$$

$$\text{هزینه مستقل از زمان} + \text{هزینه وابسته به زمان} = \text{هزینه کمبود}$$

$$20 \times 1 + 10 \times 1 = 30 \text{ هزینه کمبود}$$

مثال ۱-۴: در مثال بالا، مجموع کل هزینه‌های موجودی چقدر است؟

۳۰ (۴)

۲۰ (۳)

۴۰ (۲)

(۱)

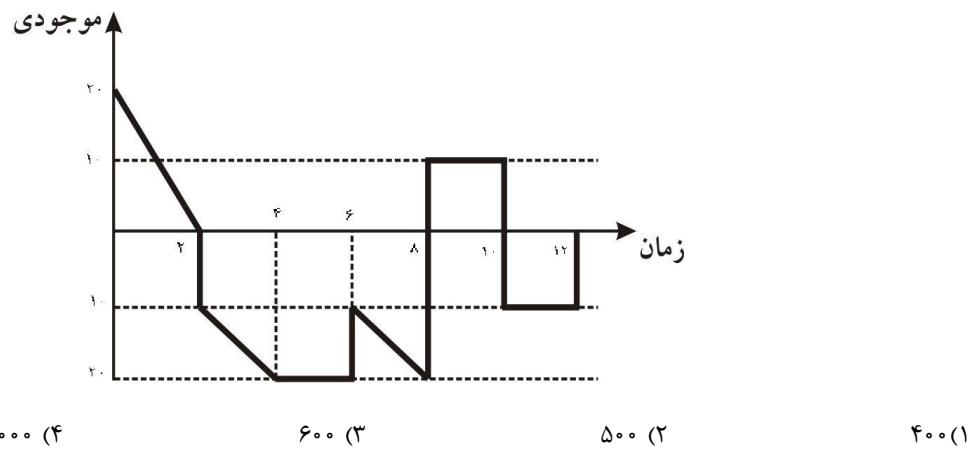
حل: گزینه ۱ صحیح است.

هزینه کمبود مستقل زمان + هزینه کمبود وابسته به زمان + هزینه نگهداری کل = هزینه کل موجودیها

$$8 + 20 + 10 = 38 \text{ هزینه کل موجودیها}$$

## سؤالات پهار گزینه‌ای فصل اول

۱- وضعیت موجودی شرکتی طی ۱۲ ماه گذشته طبق نمودار زیر می‌باشد. این شرکت به ازاء هر واحد کمبود هزینه‌ای معادل ۵ تومان در ماه برای خود منظور می‌کند. همچنین به علت تأخیر در تحویل کالا به مشتری باید ۱۰ تومان به ازاء هر واحد پرداخت نماید. کل هزینه‌های ناشی از عدم تأمین به موقع کالا طی ۱۲ ماه چقدر است؟ (سراسری ۷۹)



۲- وضعیت موجودی و سفارش‌دهی شرکتی طی ۱۲ ماه گذشته به صورت زیر است. اگر هزینه هر بار سفارش‌دهی طبق جدول زیر باشد، هزینه کل سفارش‌دهی ۱۲ ماه گذشته این شرکت چقدر خواهد بود؟ (فرض می‌شود در ابتدای دوره اول، هزینه سفارش‌دهی نداشته باشیم). (سراسری ۸۰)

مقدار سفارش	هزینه هر بار سفارش‌دهی
۰-۱۵۰	۵۰
۱۵۱-۴۰۰	۸۰
۴۰۱ به بالا	۱۱۰

۳- کدامیک از موارد زیر جزء هزینه‌های کمبود نیست؟ (سراسری ۸۴)

(۱) هزینه‌های اضافه کاری برای جبران کمبودها

(۲) هزینه‌جایمه دیرکرد اتمام پروژه به دلیل عدم وجود مواد کافی

(۳) هزینه‌های مرتبط با ایجاد توقف با مشتریان در مورد عدم تحویل سفارشات معوقه

(۴) هزینه‌های خرید مواد اولیه برای تولید محصول جهت پاسخگویی به تقاضاهای عقب افتاده

۴- کدامیک از موارد زیر جزء هزینه‌های سفارش‌دهی به حساب نمی‌آید? (سراسری ۷۶)

(۱) هزینه مرور موجودی (بررسی مقدار موجودی) به منظور اینکه چه مقدار باید سفارش داده شود.

(۲) هزینه انبار کردن موقتی کالاهای وارد و قنی به مقدار مواد بستگی دارد.

(۳) هزینه ثابت هر بار دریافت مواد

(۴) هزینه هر بار حمل مواد وقتی به مقدار مواد بستگی ندارد.

۵- کدامیک از عبارتهای زیر در محاسبه هزینه نگهداری مورد استفاده قرار نمی‌گیرد? (سراسری ۷۱)

(۱) هزینه کمبود کالا      (۲) هزینه بیمه      (۳) هزینه بهره

۶- کدام یک از هزینه‌های زیر جزو هزینه‌های آماده سازی نیست؟

(۱) هزینه بازآموزی پرسنل      (۲) هزینه کاری پایین ابتدایی تولید

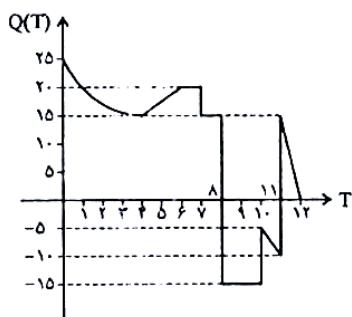
(۳) هزینه ضایعات ابتدایی تولید      (۴) هزینه ضایعات مواد



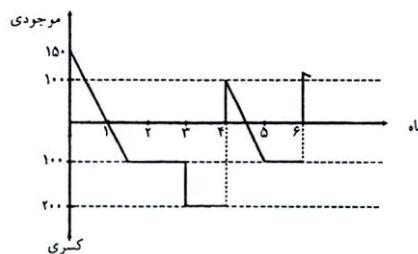
۷- وضعیت موجودی محصولی طی ۱۲ ماه به صورت زیر بوده است. مقدار موجودی از ابتدای ماه اول تا انتهای ماه چهارم از رابطه

$$Q(T) = S - X \sqrt{\frac{T}{t}}$$

است. اگر هزینه نگهداری هر واحد محصول در ماه برابر با ۵ واحد پولی و هزینه متغیر هر واحد کمبود ۶ واحد پولی در سال باشد در این صورت مجموع هزینه‌های نگهداری محصول فوق در طی ۱۲ ماه برابر است با:

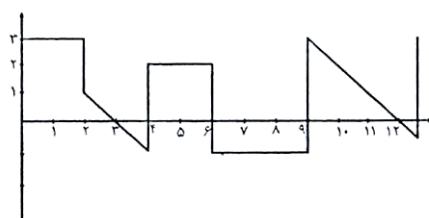


۸- وضعیت موجودی کالا در انبار شرکتی طی ماه ۶ گذشته، طبق نمودار زیر می‌باشد اگر هزینه کمبود هر واحد این کالا ۱۰ تومان باشد، کل هزینه‌های کمبود این کالا طی شش ماه گذشته برابر است با:



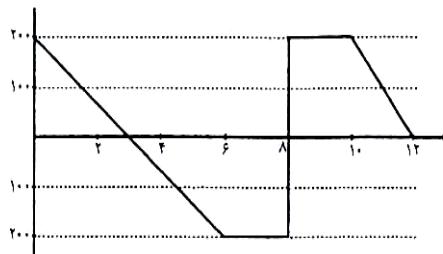
- (۱) ۵۰۰۰ تومان      (۲) ۴۷۵۰ تومان      (۳) ۴۰۰۰ تومان      (۴) ۳۰۰۰ تومان

۹- هزینه‌های نگهداری هر تن از یک محصول تولیدی در هر ماه برابر ۱۰۰ تومان و هزینه کمبود هر تن از این محصول در هر ماه ۲۰۰ تومان می‌باشد. موجودی خالص و کمبود برای این محصول در ۱۲ ماه گذشته بر حسب زمان در شکل زیر ترسیم شده است. کل هزینه نگهداری موجودی این محصول در سال گذشته چه مقدار است؟



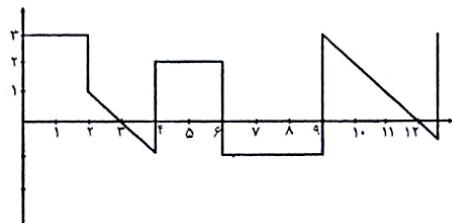
- (۱) ۱۵۰۰ تومان      (۲) ۱۶۰۰ تومان      (۳) ۱۷۵۰ تومان      (۴) ۲۰۰۰ تومان

۱۰- وضعیت موجودی شرکتی در سال گذشته طبق نمودار می‌باشد. در صورتی که هزینه کمبود هر واحد ۲۰ تومان باشد، کل هزینه‌های کمبود این کالا در سال گذشته برابر است با:



- (۱) ۶۰۰۰ تومان      (۲) ۲۰۰۰ تومان      (۳) ۱۰۰۰ تومان      (۴) ۵۰۰ تومان

۱۱- هزینه نگهداری هر تن یک محصول تولیدی در هر ماه برابر ۲۰۰ تومان است و هزینه کمبود هر تن آن محصول در هر ماه ۱۰۰ تومان است. موجودی خالص این محصول برای ۱۲ ماه گذشته بر حسب زمان در شکل زیر رسم شده است. کل هزینه کمبود موجودی این محصول در سال گذشته برابر با کدام یک از مقادیر زیر است؟ (۷۷) مهندسی صنایع -



۴) ۵۵۰ تومان

۳) ۳۵۰ تومان

۲) ۳۰۰ تومان

۱) ۲۰۰ تومان

## پاسخ سوالات پهلوی گزینه‌ای فصل اول

- گزینه ۴ صحیح است.

توجه: هزینه کمبود از دو بخش هزینه‌های وابسته به زمان و هزینه‌های مستقل از زمان تشکیل می‌شود.

$$\hat{\pi} = 5$$

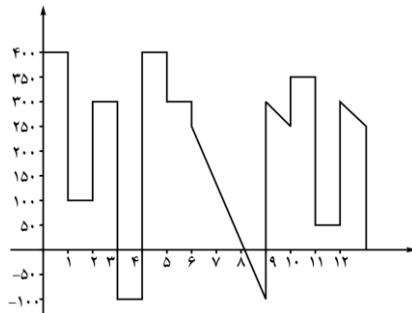
$$\pi = 10$$

$$(B) \text{ مقدار کل کمبود} = 20 + 10 + 10 = 40$$

$$(B) \text{ متوسط کمبود} = \frac{(10+20) \times 2}{2} + 2 \times 20 + \frac{(10+20) \times 2}{2} + 2 \times 10 = 120$$

$$= 120 \times 5 + 40 \times 10 = 1000 \text{ هزینه مستقل از زمان} + \text{هزینه وابسته به زمان} = \text{هزینه کمبود}$$

- گزینه ۲ صحیح است.



باید میزان سفارش در هر بار که برابر مقداری است که نمودار به سمت بالا می‌رود را محاسبه کرده و هزینه آن را از جدول بیابیم.

$$250 \text{ و } 200 \text{ و } 150 \text{ و } 100 \text{ و } 50 \text{ و } 400 = \text{میزان سفارش}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 80 + 110 + 80 + 50 + 80 = 400 \text{ هزینه سفارش}$$

- گزینه ۴ صحیح است.

- گزینه ۲ صحیح است.

- گزینه ۱ صحیح است.

- گزینه ۴ صحیح است.

- گزینه ۳ صحیح است.

از انجایی که شکل به صورت منحنی بوده و تمامی گزینه‌ها تقریبی می‌باشند، لذا در محاسبات ذیل منحنی موجودی در بازه زمانی صفر تا چهار به صورت خط راست در نظر گرفته می‌شود:

هزینه نگهداری برای یک ماه  $\times$  مساحت قسمتی از منحنی که در بالای محورافقی است = مجموعه هزینه‌های نگهداری در طی ۱۲ ماه

$$TC_H = \left( (8 \times 15) + (10 \times 4 \times \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} \times 2 \times 5) + (1 \times 5) + (\frac{1}{2} \times 15 \times 1) \right) \times 5 = (157 / 5) \times 5 = 787 / 5$$

از طرفی میزان حاصل شده برای  $TC_H$  با کمی تقریب اضافی به دست آمده لذا گزینه صحیح میزان تقریباً ۷۵۴ می‌باشد.

- گزینه ۴ صحیح است.

$$= \text{هزینه کمبود} = (100 + 100 + 100) \times 10 = 3000$$

- گزینه ۱ صحیح است.

$$= \text{کل هزینه نگهداری} = 100(2 \times 3 + \frac{1 \times 1}{2} + 2 \times 2 + \frac{3 \times 3}{2}) = 1500$$

- گزینه ۲ صحیح است.

$$= \text{هزینه کمبود} = 20 \times 100 = 2000$$

- گزینه ۳ صحیح است.

$$= \text{کل هزینه کمبود} = 100 \left( \frac{1 \times 1}{2} + 3 \times 1 \right) = 350$$



## فصل دوم

# مدل قطعی ساده / مدل ویلسون / مدل مقدار سفارش اقتصادی (EOQ)

عنوانی اصلی

❖ مدل EOQ

❖ نقطه سفارش مجدد (ROP)

❖ تحلیل حساسیت مدل EOQ

❖ مدل EOQ با هزینه خرید متغیر

❖ مدل‌های چند محصولی ساده

❖ مدل‌های EOQ چند محصولی

❖ مدل گسته EOQ



## فصل دوم

### مدل قطعی ساده / مدل ویلسون / مدل مقدار سفارش اقتصادی (EOQ)

#### ۱-۲- مقدمه

مدل مقدار سفارش اقتصادی (Economic Order Quantity) یا EOQ توسط R.H. Wilson معرفی گردید و به نام فرمول ویلسن معروف گشت. این فرمول اقتصادی‌ترین مقدار سفارش را که در آن مجموع هزینه‌های نگهداری و سفارش‌دهی به حداقل می‌رسد محاسبه می‌کند.

اصولاً در طراحی مدلها و به دست آوردن فرمولها ابتدا ساده ترین روابط موجود در نظر گرفته می‌شود و بعد روابط دیگر به آن اضافه و اثرات آن روی فرمول بررسی می‌شود.

فرضیات مدل EOQ به شرح زیر است:

- مقدار تقاضا قطعی بوده و دارای نرخ ثابت  $D$  واحد کالا در واحد زمان است.
- کمبود موجودی مجاز نمی‌باشد.(پس هزینه‌های کسری واحد کالا  $\pi$  و  $\hat{\pi}$  بسیار زیاد ( $\infty$ ) است).
- تخفیف وجود ندارد.
- مدت زمان تحویل کالا ثابت و مشخص است.
- سفارشات به صورت یکجا به انبار می‌رسد.
- محدودیت وجود ندارد.
- مدل تک محصولی است.
- دریافت سفارش آنی می‌باشد، بنابراین نرخ تولید بسیار زیاد ( $\infty$ ) است.

#### ۲-۲- ساخت فرمول EOQ و معرفی پارامترها

TC: مجموع هزینه‌ها در یکسال واحد زمان

TC<sub>A</sub>: مجموع هزینه‌های انجام سفارشات

TC<sub>H</sub>: مجموع هزینه‌های نگهداری کالا در سال

A: هزینه هر بار سفارش‌دهی

D: تقاضای سالیانه (نرخ تقاضا)

Q: مقدار سفارش

C: ارزش هر واحد کالا

E: ضریب هزینه نگهداری کالا

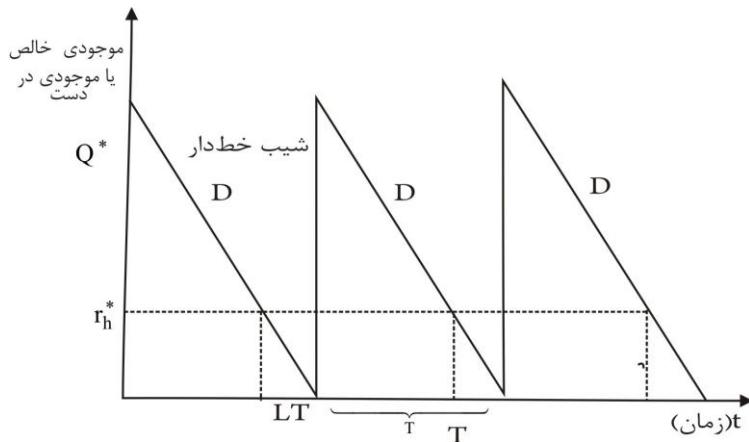
H: هزینه نگهداری هر واحد کالا در دوره

T: زمان تناوب سفارش

N: تعداد سفارشها در واحد زمان

LT: مدت زمان تحویل (زمان تدارک)

T: فاصله بین دو سفارش متوالی یا فاصله بین رسیدن دو سفارش متوالی یامدت زمان یک دوره.



مقدار متوسط موجودی در هر دوره برابر است با:

$$\bar{I} = \frac{Q + 0}{2} = \frac{Q}{2}$$

در صورتی که ذخیره اطمینان موجود باشد داریم:

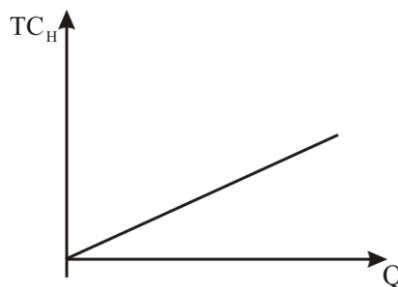
$$\bar{I} = SS + \frac{Q}{2}$$

در صورتی که هزینه نگهداری هر واحد کالا برابر H باشد کل هزینه نگهداری در واحد زمان برابر است با:

$$TC_H = H \cdot \frac{Q}{2}$$

و در صورتی که هزینه نگهداری به صورت درصدی از قیمت کالا باشد:

$$TC_H = ic \frac{Q}{2}$$

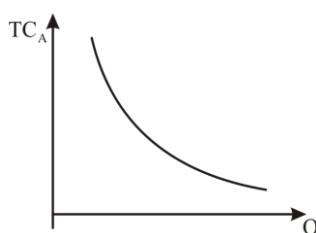


تعداد سفارشات در واحد زمان برابر است با:

$$N = \frac{D}{Q} = \frac{1}{T}$$

و کل هزینه‌های ثبت و سفارش در واحد زمان برابر است با:

$$TC_A = AN = A \frac{D}{Q}$$

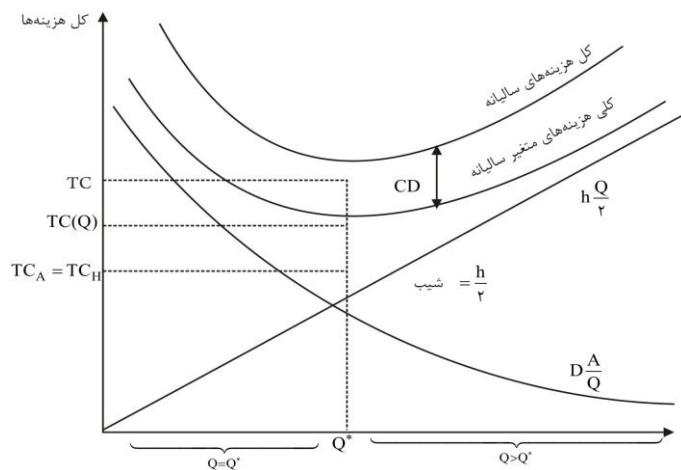


هزینه کل برابر است با:

$$TC = TC_A + TC_H + TC_r$$

$$TC = A \frac{D}{Q} + H \frac{Q}{2} + D.C$$

باید مقداری از  $Q$  را بیابیم که مجموع هزینه‌ها را مینیمم نماید. نمودار زیر نمودار کل هزینه‌ها بر حسب مقدار سفارش است.



$$\frac{\partial TC}{\partial Q} = 0 \Rightarrow -\frac{AD}{Q^2} + \frac{H}{2} = 0 \rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2DA}{H}}$$

به  $Q^*$  مدل EOQ ( $Q_W$  ویلسون) یا EOQ نیز می‌گویند.

با بررسی نمودار مشخص می‌گردد که  $Q^*$  در محل برخورد منحنی هزینه‌های سفارش و هزینه‌های نگهداری کالا قرار دارد و در واقع می‌توانستیم به جای مشتق گیری از  $TC$  دو مقدار  $TC_A$  و  $TC_H$  را مساوی قرار داده و مقدار  $Q^*$  را به دست آورده:

$$TC_H = TC_A \Rightarrow \frac{HQ}{2} = \frac{AD}{Q} \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2DA}{H}}$$

$$T^* = \frac{Q^*}{D} = \sqrt{\frac{2A}{DH}}$$

$$N^* = \frac{1}{T^*} = \sqrt{\frac{DH}{2A}}$$

$$\overline{TC}^* = HQ^* = 2 \frac{AD}{Q^*} = \sqrt{2DAH}$$

$$\overline{TC}^* = \sqrt{2DAH} D.C$$

نکته: همانطور که در نمودار کل هزینه‌ها بر حسب تعداد سفارش (شکل بالا) مشخص می‌باشد، شیب منحنی هزینه‌ها در سمت راست نقطه بهینه نسبت به سمت چپ آن ملایمتر است، یعنی با افزایش یا کاهش  $Q^*$  به یک میزان  $a$  هزینه  $-a$  بیشتر از  $Q^* + a$  است:

$$TC(Q^* - a) > TC(Q^* + a)$$

### ۳-۲- نقطه سفارش مجدد (ROP)

سطحی از موجودی است که وقتی موجودی به آن سطح رسید باید سفارش جدید صادر شود. نقطه سفارش مجدد از دو طریق قابل بیان است:

۱: نقطه سفارش بر حسب موقعیت موجودی (موقعی در دست + موجودی در راه )

۲: نقطه سفارش بر حسب موجودی در دست  $I_h$



در ادامه پس از تعریف مدت زمان تحويل (LT) فرمولهای محاسبه  $r$  و  $r_h^*$  ذکر گردیده است.  
معمولاً از زمانی که تصمیم به سفارش گرفته می‌شود مدت زمانی جهت استعلام قیمتها، زمان برپایی جهت تولید، زمانی که کالا در راه است تا به کارگاه برسد و... صرف می‌شود که به آن زمان تدارک (LT) می‌گویند.

$$r = D \cdot LT + \text{موجودی در راه}$$

$$r_h^* = D \cdot LT - m \cdot Q^*$$

$$\text{که در آن } m = \left\lfloor \frac{LT}{T} \right\rfloor \text{ می‌باشد.}$$

نکته: روابط زیر برای موقعیت موجودی (مقدار موجودی در دست + موجودی در راه) در مدل EOQ و موجودی خالص ( $I(t)$ ) برقرار است.

$$r^* \leq y(t) \leq r^* + Q^*$$

$$D \cdot LT \leq y(t) \leq D \cdot LT + DT^*$$

$$I(t) \leq Q^* = DT^*$$

نکته:  $r_h^*$  در مدل EOQ می‌تواند برابر صفر گردد ولی نمی‌تواند برابر  $Q^*$  شود یعنی:

$$r_h^* < Q^* = DT^*$$

$r_h^*$  هنگامی برابر صفر است که  $LT = m \times T$  یعنی مدت زمان تحويل سفارش مضرب صحیحی از  $T$  باشد.

نکته: در مدل EOQ در زمانهای قبل از زمان سفارش مقدار سفارش در راه معادل  $mQ^*$  و زمانهای پس از سفارش، مقدار آن  $(m+1)Q^*$  است.

نکته: مقدار سفارش در راه به طور متوسط برابر  $D \cdot LT$  است. همچنین متوسط تعداد مجموعه‌های در سفارش یا متوسط تعداد

$$\text{دفعات سفارشی} = \frac{L}{T^*} = \frac{D \cdot L}{Q^*} \text{ است.}$$

مثال ۱-۱: مصرف سالیانه مواد اولیه در شرکت تولیدی ۲۰۰۰ تن و هزینه سفارش دهی آن برابر ۲۰۰۰ تومان و قیمت

هر تن از این مواد ۱۰۰ تومان و هزینه نگهداری هر تن  $5/0$  تومان در ماه و هزینه‌های بیمه و آتش سوزی و... برابر ۲

درصد ارزش موجودیها در سال می‌باشد. کل هزینه‌های سفارش دهی این کالا در حالت اقتصادی برابر است با:

$$(1) ۳۴۶۴ \quad (2) ۸۰۰۰ \quad (3) ۴۰۰۰ \quad (4) ۲۲۳۶$$

حل: گزینه ۲ صحیح است.

$$D = 2000, A = 2000, C = 100, i = 0/02, W = 0/5 \times 12 = 6$$

$$TC_{A^*} = \frac{\bar{TC}}{2} = \frac{\sqrt{2DAH}}{2} = \sqrt{\frac{DAH}{2}} = 4000$$

مثال ۱-۲: برای محصولی کمبود موجودی جایز نبوده و تقاضای سالیانه آن معلوم و یکنواخت و برابر ۱۲۰۰۰ واحد در سال می‌باشد. مدت تحويل (فاصله زمانی بین انجام سفارش و دریافت آن به انبار) برابر  $2/4$  ماه است. نقطه سفارش

این محصول بر حسب موجودی در دست به اضافه سفارش در راه چقدر است؟

$$(1) 1400 \quad (2) 2400 \quad (3) 3400 \quad (4) 4400$$

حل: گزینه ۳ صحیح است.

$$D = 12000$$

$$LT = \frac{2/4}{12} = 0/2$$

نقطه سفارش بر حسب موقعیت موجودی = نقطه سفارش بر حسب موجودی در دست  $\times$  سفارش در راه

$$= D \times LT = 12000 \times 0/2 = 2400$$

مثال ۲-۳: شرکتی برای یک نوع محصول هر بار ۱۵۰۰ واحد سفارش می‌دهد که این مقدار سفارش شرکت را برای شش ماه کفایت می‌کند. هزینه خرید هر واحد این محصول ۱۰ تومان و هزینه هر بار سفارش ۲۵ تومان می‌باشد. اگر در صد هزینه نگهداری سالیانه این محصول ۲۵ درصد در سال و زمان انتظار تحویل کالا (Lead Time) برابر ۱۴ هفته باشد هزینه سیستم کنترل موجودی جاری شرکت بدون توجه به هزینه خرید برابر است با:

$$D = 2 \times 1500 = 3000, Q = 1500, N = 2$$

$$C = 10, A = 25, i = 0/25, LT = 14 \text{ هفته}$$

$$H = i \cdot C = 0/25 \times 10 = 2/5$$

$$TC = \frac{AD}{Q} + \frac{HQ}{2} = \frac{25 \times 3000}{1500} + \frac{2/5 \times 1500}{2} = 1925 \text{ تومان}$$

مثال ۲-۴: با توجه به اطلاعات سؤال قبل اگر سفارش این محصول به صورت بهینه انجام شود مقدار صرفه جویی در هزینه‌ها در سال برابر با:

$$D = 2 \times 1500 = 3000, Q = 1500, N = 2$$

$$C = 10, A = 25, i = 0/25, LT = 14 \text{ هفته}$$

$$TC^* = \sqrt{2DAH} = \sqrt{2 \times 3000 \times 25 \times 2/5} = 612$$

$$\Delta TC = TC - TC^* = 1925 - 612 = 1313$$

مثال ۲-۵: با توجه به اطلاعات سوال قبل نقطه سفارش مجدد برحسب موجودی در دست برابر است با: (سال را ۵۲ هفته در نظر بگیرید)

$$D = 2 \times 1500 = 3000, Q = 1500, N = 2$$

$$C = 10, A = 25, i = 0/25, LT = 14 \text{ هفته}$$

$$TC^* = \sqrt{2DAH} = \sqrt{2 \times 3000 \times 25 \times 2/5} = 612$$

$$T^* = \frac{Q^*}{D} = \frac{245}{3000}$$

$$r_h = D \cdot LT - mQ^* = 3000 \times \frac{14}{52} - \left[ \frac{\frac{14}{52}}{\frac{245}{3000}} \right] \times 245 \approx 73$$

#### ۴-۲- تحلیل حساسیت مدل EOQ

هزینه‌های متغیر سازمان (TC) در برابر تغییرات در مقدار سفارش (Q) یا هزینه‌های نگهداری و هر پارامتر دیگر نسبت به  $TC^*$  سنجیده می‌شود. برای این منظور نسبت  $\frac{TC}{TC^*}$  به صورت تابعی از  $\frac{Q}{Q^*}$  یا  $\frac{H}{H^*}$ ... به دست می‌آید. در ادامه حساسیت  $TC$  را بر اساس تغییرات  $Q$  و  $H$  برآورد می‌کنیم.

نسبت به  $TC$ ، سفارش  $Q$  به جای  $Q^*$  و به عبارت دیگر بازه تغییرات مقدار اقتصادی تولید یا سفارش مورد بررسی قرار می‌گیرد.

اکنون فرض می‌کنیم که به جای  $Q^*$  مقدار  $Q$  سفارش داده شود در این صورت:



$$\frac{TC}{TC^*} = \frac{\frac{AD}{Q} + \frac{HQ}{2}}{\frac{AD}{Q^*} + \frac{HQ^*}{2}}$$

در نقطه  $Q^*$  دو مقدار  $\frac{HQ^*}{2}$  و  $\frac{AD}{Q^*}$  (هزینه‌های نگهداری و سفارش‌دهی) با هم برابرند.

بنابراین:

$$\begin{aligned}\frac{TC}{TC^*} &= \frac{\frac{AD}{Q} + \frac{HQ}{2}}{\frac{AD}{Q^*} + \frac{HQ^*}{2}} = \frac{\frac{AD}{Q} + \frac{HQ}{2}}{\frac{AD}{HQ^*}} = Q^* = \sqrt{\frac{2DA}{H}} \Rightarrow H = \frac{2DA}{Q^*} \\ \Rightarrow \frac{TC}{TC^*} &= \frac{\frac{AD}{Q} + \frac{2DAQ}{Q^*}}{\frac{2DA}{Q^*}} = \frac{1}{2} \left( \frac{Q^*}{Q} + \frac{Q}{Q^*} \right)\end{aligned}$$

اگر  $Q = \alpha Q^*$  باشد خواهیم داشت:

$$\frac{TC}{TC^*} = \frac{1}{2} \left( \alpha + \frac{1}{\alpha} \right)$$

$$\Delta TC = TC - TC^* = TC^* \cdot \frac{(\alpha - 1)^2}{2\alpha}$$

نکته: روابط بالا هنگامی صادق است که یکی از سفارشات نابهینه و دیگری بهینه باشد. هنگامی که هر دو سفارش نابهینه باشد.

برای تحلیل حساسیت باید از فرمول اصلی کل هزینه‌ها  $TC = D \frac{A}{Q} + H \frac{Q}{2} + D.C$  استفاده کرد.

هنگامی که هر دو سفارش بهینه باشند باید از فرمولهای  $TC^* = \sqrt{2DAH}$  و  $Q^* = \sqrt{\frac{2DA}{H}}$  برای تحلیل حساسیت استفاده نمود.

**مثال ۲-۶:** مقدار EOQ برابر ۱۰۰ واحد است. اگر مقدار سفارش برابر ۲۰۰ واحد انتخاب شود آنگاه هزینه سیستم چند

درصد نسبت به حالت بهینه افزایش می‌یابد؟

(۱) ۱۰۰

(۲) ۵۰

(۳) ۲۵

(۴) ۱۰

حل: گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{TC}{TC^*} = \frac{1}{2} \left( \frac{Q^*}{Q} + \frac{Q}{Q^*} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = 1/25 \Rightarrow TC = 1/25 TC^*$$

**مثال ۲-۷:** اگر در سؤال قبل به صورت تخمینی در فرمول EOQ هزینه‌های نگهداری کالا در واحد زمان ۲ برابر و هزینه سفارش‌دهی نصف گردد، مقدار هزینه سیستم چند درصد افزایش می‌یابد؟

(۱) ۱۰۰

(۲) ۵۰

(۳) ۲۵

(۴) ۱۰

حل: گزینه ۲ صحیح است.

$$Q_{\text{new}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} A \times D \times 2}{2H}} = \frac{1}{2} Q_{\text{old}} \Rightarrow$$

$$\frac{TC}{TC^*} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + 2 \right) = 1/25 \Rightarrow TC = 1/25 T^* C$$

### ۵-۲- مدل EOQ با هزینه خرید متغیر

اگر هزینه خرید  $Q$  واحد از کالایی به صورت  $c(Q) = a + bQ$  ارائه شود خواهیم داشت:

$$C(Q) = a + bQ \quad \text{قیمت خرید هر واحد} \rightarrow C = \frac{a + bQ}{Q} = \frac{a}{Q} + b$$

$$TC = TC_H + TC_A + TC_r = i\left(\frac{a}{Q} + b\right)\frac{Q}{2} + \frac{AD}{Q} + D\left(\frac{a}{Q} + b\right)$$

$$\frac{\partial TC}{\partial Q} = 0 \rightarrow \frac{ib}{2} - \frac{AD}{Q^2} - \frac{aD}{Q} = 0 \rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2D(A+a)}{ib}}$$

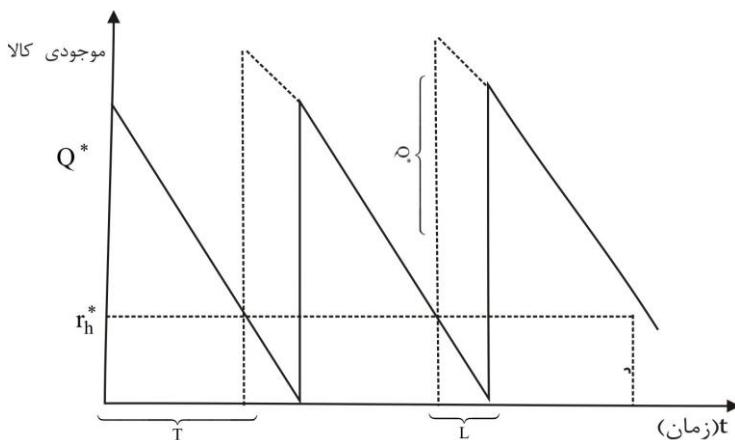
مثال ۲-۸: یک عرضه کننده ابزار فلزی قیمت  $Q$  واحد ابزار را به صورت  $400 + 25Q$  واحد پولی اعلام می‌کند. یکی از خریداران به این ابزار به میزان ۲۰۰۰ واحد در سال نیاز دارد. این خریدار، ابزارها را با نرخ یکنواخت مصرف می‌کند. هزینه مستقیم برای صدور سفارش و دریافت هر محموله ۲۰ واحد پولی است. اگر نرخ هزینه نگهداری ۲۰٪ و زمان بین صدور سفارش تا تحویل کالا ۳ ماه باشد مقدار خرید اقتصادی و نقطه سفارش مجدد را برحسب موجودی در دست محاسبه کنید.

حل:

$$\text{ماه } a = 400, b = 25, D = 2000, A = 20, i = 0/2, LT = 3$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2D(A+a)}{ib}} = \sqrt{\frac{2 \times 2000(20+400)}{0/2 \times 25}} \approx 580 \text{ واحد}$$

$$r_h = D \cdot LT - mQ^* = 2000 \left( \frac{3}{12} \right) - \left[ \frac{\frac{3}{12}}{\frac{580}{2000}} \right] \times 580 = 500$$



در ساده‌ترین حالت اگر  $L < T$  باشد نموداری موجودی در واحد زمان به صورت بالا خواهد بود  
مثال ۲-۹: براساس مقدار سفارش اقتصادی، مجموع هزینه‌های نگهداری و سفارش‌دهی سالیانه کالایی ۳۰۰۰ تومان است، اگر مقدار سفارش به گونه‌ای انتخاب شود که کل هزینه‌های نگهداری سالیانه ۷۵٪ ۷۵ تومان باشد، کل هزینه‌های سفارش‌دهی سالیانه تحت سفارش جدید چند تومان است؟

در نقطه اقتصادی می‌دانیم که  $TCA = TCH$  و نیز داریم:

$$TCA + TCH = 3000$$



$$\Rightarrow \gamma TCH = 3000 \rightarrow TCH^* = 1500, TCA^* = 1500, \frac{TCH^*}{TCH} = \frac{h \frac{Q^*}{2}}{h \frac{Q}{2}} = \frac{1500}{750} = \frac{Q^*}{Q}$$

$$\Rightarrow TCA = \gamma(TCA^*) = \gamma(1500) = 3000$$

### ۶-۲- مدل چند محصولی ساده

فرضیات این مدل مانند مدل EOQ با این تفاوت که برنامه ریزی برای چند محصول انجام می‌پذیرد. در این مدل چون هیچگونه محدودیتی وجود ندارد، مانند این است که چند محصول را جداگانه برنامه ریزی کنیم، بنابراین الگوریتم زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد:

قدم ۱ - مقدار سفارش اقتصادی هریک از محصولات را محاسبه کنید.

$$Q_j^* = Q_{wj} = \sqrt{\frac{\gamma D_j A_j}{H_j}}$$

قدم ۲- کل هزینه سیستم را محاسبه کنید:

$$\sum_j \sqrt{\gamma D_j A_j H_j} + \sum_j D_j C_j$$

همچنین می‌توان از فرمول کلی زیر استفاده کرد:

$$\sum_j \left( \frac{D_j A_j}{Q_j} + \frac{H_j Q_j}{\gamma} + C_j D_j \right)$$

### ۷-۲- مدل EOQ چند محصولی با زمان سیکل مشترک (سفارش هماهنگ)

هرگاه بخواهیم مقدار سفارش اقتصادی چند کالا که همیشه به طور همزمان سفارش داده می‌شوند را به دست آوریم باید از الگوی زیر استفاده کنیم:

قدم ۱ - سیکل سفارش مشترک برای همه محصولات را محاسبه کنید.

$$T^* = \sqrt{\frac{\sum A_j}{\sum H_j D_j}}$$

قدم ۲- مقدار سفارش اقتصادی هریک از محصولات را محاسبه کنید.

$$Q_j^* = T^* D_j$$

قدم ۳- کل هزینه سیستم را محاسبه کنید.

$$\sqrt{\sum A_j \sum H_j D_j}$$

همچنین می‌توان از فرمول کلی زیر استفاده کرد.

$$\frac{\sum A_j}{T} + \frac{T}{\gamma} \sum H_j D_j$$

### ۸-۲- مدل EOQ چند محصولی با زمان سیکل مشترک و محدودیت تعداد دفعات سفارش در سال

فرضیات مدل مانند قبل با اضافه کردن این محدودیت که حداقل تعداد دفعات سفارش در سال برابر  $N_{max}$  است. برای به دست آوردن تعداد سفارش اقتصادی از الگوی زیر استفاده می‌کنیم.

قدم ۱ - سیکل سفارش مشترک برای همه محصولات را محاسبه کنید.