



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تشریح کامل مسائل

مکانیک سیالات

(ویراست هفتم)

فرانک ام. وایت

جلد اول

حل کامل مسائل پایان فصل (pها) به همراه نکات مورد نیاز
حل مثالهای اضافی (مربوط به مسائل ویرایش ۶)
پاسخ به مسائل جامع به طور کامل و واضح
حل تشریحی آزمون مبنای مهندسی

تألیف و ترجمه :

مهندس حمیدقاسمی

دکتر شکوفه خسروی زاده

با همکاری:

مهندس مهدی بقایی

مهندس بهروز ساری جه

سرشناسه	: خسروی زاده، شکوفه، ۱۳۵۹ -
عنوان و نام پدیدآور	: تشریح کامل مسائل مکانیک سیالات فرانکام. وایت.../ترجمه و تالیف حمید قاسمی، شکوفه خسروی زاده با همکاری مهدی بقایی، بهروز ساری جه .
مشخصات نشر	: تهران : نوآور.
مشخصات ظاهری	: ۴۰۴ ص.
فروست...	: سری کتابهای تشریح کامل مسائل به روش پله ای .
شابک	: ۹۷۸-۶۰۰-۱۶۸-۱۰۶-۶
وضعیت فهرست نویسی	: فیپا
یادداشت	: کتاب حاضر راهنمایی بر کتاب "مکانیک سیالات" تالیف فرانکام. وایت است
عنوان دیگر	: مکانیک سیالات .
موضوع	: سیالات -- مکانیک
موضوع	: سیالات -- مکانیک -- مسائل، تمرین ها و غیره (عالی)
شناسه افزوده	: خسروی زاده، شکوفه، ۱۳۵۹ -
شناسه افزوده	: بقایی، مهدی، ۱۳۶۲ -
شناسه افزوده	: ساری جه، بهروز، ۱۳۶۶ -
شناسه افزوده	: وایت، فرانک . مکانیک سیالات
رده بندی کنگره	: ۱۳۹۲ ۷۲۳ م و/و ۲۵۷ TA
رده بندی دیویی	: ۶۲۰/۱۰۶
شماره کتابشناسی ملی	: ۳۱۲۸۶۴۴

تشریح کامل مسائل مکانیک سیالات (ویرایش هفتم) - جلد اول

فرانکام. وایت

مهندس حمید قاسمی - دکتر شکوفه خسروی زاده

مهندس مهدی بقایی - مهندس بهروز ساری جه

نوآور

۱۰۰ نسخه

محمدرضا نصیرنیا

۹۷۸-۶۰۰-۱۶۸-۱۰۶-۶

مؤلفین:

تالیف و ترجمه:

با همکاری:

ناشر:

شمارگان:

مدیر تولید:

شابک:



نشر نوآور

مرکز فروش:

نوآور: تهران - خ انقلاب، خ فخررازی، خ شهدای زاندارمیری نرسیده به خ دانشگاه ساختمان ایرانیان،

پلاک ۵۸، طبقه اول، واحد ۳

۹۲-۹۱۹۱۴۴۸۴۶۶

www.noavarpub.com

کلیه حقوق چاپ و نشر این کتاب مطابق با قانون حقوق مؤلفان و مصنفان مصوف سال ۱۳۴۸ برای ناشر محفوظ و منحصرأ متعلق به نشر نوآور می باشد. لذا هر گونه استفاده از کل یا قسمتی از این کتاب (از قبیل هر نوع چاپ، فتوکپی، اسکن، عکس برداری، نشر الکترونیکی، هر نوع انتشار به صورت اینترنتی، سی دی، دی وی، فیلم فایل صوتی یا تصویری و غیره بدون اجازه کتبی از نشر نوآور ممنوع بوده و شرعاً حرام است و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

تقدیم به حضرت ولی عصر (عج)

پیشگفتار

بنام آنکه جان را حکمت آموخت

سپاس بیکران پروردگار را که به انسان قدرت اندیشیدن بخشید تا به یاری این موهبت راه ترقی و تعالی را ببیماید و سپاس از اینکه عنایات الهی شامل حال ما شد تا با بضاعت اندک علمی خود در خدمت جوانان و آینده‌سازان کشور عزیزمان باشیم.

با توجه به اینکه علم و علم آموزی محتاج ابزاری است که مهم ترین آنها کتاب است، و با توجه به کمبود کتب مناسب در زمینه رشته الکترونیک و مکانیک و بالاخص دوره فوق لیسانس و نظر به این که کلاسهای درسی برای حل کامل مسائل دروس دچار کمبود وقت هستند، تصمیم گرفتیم که فعالانه با تشکیل گروهی از اساتید و دانشجویان ممتاز در استان اصفهان اقدام به تألیف کتابهای دوره لیسانس و فوق لیسانس برق و الکترونیک، مکانیک، فیزیک، شیمی، کامپیوتر نماییم.

مکانیک علمی است که شرایط سکون یا حرکت اجسام را تحت اثر نیروها توصیف و پیش‌بینی می‌کند. مکانیک به سه بخش تقسیم می‌شود؛ مکانیک اجسام صلب، مکانیک اجسام شکل‌پذیر، و مکانیک سیالات. مکانیک اجسام صلب خود به دو مبحث استاتیک و دینامیک تقسیم می‌شود. استاتیک به اجسام ساکن می‌پردازد و دینامیک اجسام در حال حرکت را بررسی می‌کند.

چیزی که این سری از کتابها را از سایر کتابها موجود در بازار متمایز می‌کند نکاتی است که در زیر آورده شده است:

۱- در مسائل که نیاز به حل معادله یا توضیح مطالب ریاضی دارد، مفصل حل نموده‌ایم و همچنین با توضیحات فارسی کافی در قسمت به قسمت مسائل، حل آنها کاملاً واضح شده است.

۲- در ابتدای هر مسئله داده‌ها و خواسته‌های آن نوشته شده است. نوشتن این مطالب این مزیت را دارد که داده‌ها و خواسته‌های مساله در ذهن هر فرد همیشه نقش بسته و ذهن هر فرد را در پیدا کردن ارتباط منطقی میان داده و حل مساله کمک می‌کند و از خواندن دوباره صورت مساله بی‌نیاز می‌کند.

برخورد لازم می‌دانم از همکاری صمیمانه ناشر محترم جناب آقای علیرضا نصیرنیا و جناب آقای محمد رضا نصیرنیا تشکر و قدردانی کنم. همچنین از آقای مهندس بهروز ساری‌جه و آقای مهندس مهدی بقایی که در مراحل ویرایش، بازخوانی مطالب و آقای مهدی قاسمی‌زاده در زمینه طراحی اشکال

و از کسانی که در مراحل حروفچینی و صفحه آرایی (خانم علی محمدی، خانم مهری، خانم پروانه محمودی، و خانم کیوان)، ما را یاری کرده‌اند صمیمانه تشکر و قدردانی می‌نماییم.
با تمام کوششی که برای ارائه بدون غلط این اثر به عمل آمده است، کتاب خالی از اشکال نیست.
نگارندگان صمیمانه‌ترین سپاسهای خود را تقدیم فرهیخته و دانشجویان ارجمندی می‌نمایند که با راهنماییها و پیشنهاد های خود راه اصلاح و تکمیل این مجموعه را هموار سازند.

Hamid.Ghasemi۵۶@gmail.com

دانشگاه صنعتی اصفهان - دانشگاه صنعتی مالک اشتر

خسروی زاده قاسمی

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
	فصل ۱:
۷	مقدمه
	فصل ۲:
۷۹	توزیع فشار در سیال ساکن
	فصل ۳:
۱۸۷	رابطه های انتگرالی برای حجم کنترل
	فصل ۴:
۲۹۶	معادله های دیفرانسیل جریان سیالات
	فصل ۵:
۳۴۴	تحلیل ابعادی و تشابه

کلیه حقوق چاپ و نشر این کتاب مطابق با قانون حقوق مؤلفان و مصنفان و هنرمندان مصوب سال ۱۳۴۸ و آیین‌نامه اجرایی آن مصوب ۱۳۵۰، برای ناشر محفوظ و منحصرأ متعلق به نشر نوآور است. لذا هر گونه استفاده از کل یا قسمتی از مطالب، اشکال، نمودارها، جداول، تصاویر این کتاب، در دیگر کتب، مجلات، نشریات، سایت‌ها و موارد دیگر، و نیز هر گونه استفاده از کل یا قسمتی از مطالب کتاب به هر شکل از قبیل هر نوع چاپ، فتوکپی، اسکن، تایپ از کتاب، تهیه پی دی اف از کتاب، عکس‌برداری از کتاب، نشر الکترونیکی، هر نوع انتشار به صورت اینترنتی، سی دی، دی وی دی، فیلم، فایل صوتی یا تصویری و غیره بدون اجازه کتبی از نشر نوآور ممنوع و غیرقانونی بوده و **شرعاً نیز حرام** است، و متخلفین تحت پیگرد قانونی و قضایی قرار می‌گیرند.

با توجه به اینکه هیچ کتابی از کتب نشر نوآور به صورت فایل ورد یا پی دی اف و موارد این چنین، توسط این انتشارات در هیچ سایت اینترنتی ارائه نشده است، لذا در صورتی که هر سایتی اقدام به تایپ، اسکن و یا موارد مشابه نماید و کل یا قسمتی از متن کتب نشر نوآور را در سایت خود قرار داده و یا اقدام به فروش آن نماید، توسط کارشناسان امور اینترنتی این انتشارات، که مسئولیت اداره سایت را به عهده دارند و به طور روزانه به بررسی محتوای سایت‌ها می‌پردازند، بررسی و در صورت مشخص شدن هر گونه تخلف، ضمن اینکه این کار از نظر قانونی غیرمجاز و از نظر شرعی نیز حرام می‌باشد، وکیل قانونی انتشارات از طریق وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی، پلیس فتا (پلیس رسیدگی به جرایم رایانه‌ای و اینترنتی) و نیز سایر مراجع قانونی، اقدام به مسدود نمودن سایت متخلف کرده و طی انجام مراحل قانونی و اقدامات قضایی، خاطیان را مورد پیگرد قانونی و قضایی قرار داده و کلیه خسارات وارده به این انتشارات و مؤلف از متخلف اخذ می‌گردد.

همچنین در صورتی که هر کتابفروشی، اقدام به تهیه کپی، جزوه، چاپ دیجیتال، چاپ ریسو، افست از کتب انتشارات نوآور نموده و اقدام به فروش آن نماید، ضمن اطلاع‌رسانی تخلفات کتابفروشی مزبور به سایر همکاران و مؤذعین محترم، از طریق وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی، اتحادیه ناشران، و انجمن ناشران دانشگاهی و نیز مراجع قانونی و قضایی اقدام به استیفای حقوق خود از کتابفروشی متخلف می‌نماید.

خرید، فروش، تهیه، استفاده و مطالعه از روی نسخه غیراصل کتاب، از نظر قانونی غیرمجاز، و شرعاً نیز حرام است.

انتشارات نوآور از خوانندگان گرامی خود درخواست دارد که در صورت مشاهده هر گونه تخلف از قبیل موارد فوق، مراتب را یا از طریق تلفن‌های انتشارات نوآور به شماره‌های ۰۲۱ ۶۶۴۸۴۱۹۱-۲ و ۰۹۱۲۳۰۷۶۷۴۸ و یا از طریق ایمیل انتشارات به آدرس info@noavarpub.com و یا از طریق منوی تماس با ما در سایت www.noavarpub.com به این انتشارات ابلاغ نمایند، تا از تضييع حقوق ناشر، پدیدآورنده و نیز خود خوانندگان محترم جلوگیری به عمل آید، و نیز به عنوان تشکر و قدردانی، از کتب انتشارات نوآور نیز هدیه دریافت نمایند.

فصل اول

مقدمه

مقدمه، تشابه دینامیکی

۱-۱ مطابق مفهوم پیوستگی، گاز با دمای $20^{\circ}C$ را که هر میلی متر مکعب آن کمتر از 10^{12} مولکول دارد می‌توان گاز نادر در نظر گرفت. اگر هر مول گاز (عدد آوگادرو) دارای 6.023×10^{23} مولکول باشد، فشار مطلق هوای $20^{\circ}C$ ، بر حسب پاسکال چه خواهد بود؟

پاسخ: از اطلاعات داده شده داریم: تعداد مولکولها برابر $10^{12} \text{ molecules/mm}^3$ می‌باشد، عدد آوگادرو برابر $6.023 \times 10^{23} \text{ molecules/g.mole}$ است، دما برابر $293 K = 20 + 273 K = 20^{\circ}C$ است، وزن مولکولی هوا برابر 28.97 mole^{-1} و جرم یک مول هوا برابر است با:

$$m = \frac{\text{وزن مولکولی}}{\text{عدد آوگادرو}} = \frac{28.97}{6.023 \times 10^{23}} = 4.81 \times 10^{-23} \text{ g/molecule}$$

چگالی هوایی که شامل $10^{12} \text{ molecules/mm}^3$ برابر است با:

$$\rho = 10^{-12} \times 4.81 \times 10^{23} = 4.81 \times 10^{11} \text{ g/mm}^3 = 4.81 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^3$$

از معادله قانون گازهای کامل فشار مطلق برابر است با:

$$PV = RT \Rightarrow P = \frac{RT}{V} = \rho RT = (4.81 \times 10^{-5}) \times 289 \times 293 = 4.04 \text{ Pa}$$

۲-۱ جدول الف-۶، لیست چگالی جو استاندارد برحسب ارتفاع می‌باشد. به کمک این جدول، تعداد مولکول های کل جو زمین را تخمین بزنید.

پاسخ: برای مدلسازی اتمسفر کره زمین به عنوان یک لایه یکنواخت هوا، ضخامت لایه برابر 20 km ، متوسط چگالی برابر

۸ / تشریح کامل مسائل مکانیک سیالات وایت (۱)

6 kg/m^3 و شعاع کره زمین برابر $R \approx 6377 \text{ km}$ است.

ضخامت لایه $\times$ سطح کره زمین $= V$ حجم هوای اشغال شده در جو زمین

$$V = 4 \pi R^2 \times 20 \text{ km} = 4 \pi (6377 \text{ km})^2 \times 20 \text{ km} = 1.022 \times 10^{19} \text{ m}^3$$

جرم کلی هوا در اتمسفر برابر است با:

$$m = (\text{متوسط چگالی}) \times (\text{volume}) = (6 \text{ kg/m}^3) \times (1.022 \times 10^{19} \text{ m}^3) = 6.1 \times 10^{18} \text{ kg}$$

وزن مولکولی هوا برابر 28.97 mole^{-1} ، عدد آوگادرو برابر $6.023 \times 10^{23} \text{ molecules/g.mole}$ و جرم یک مول از هوا

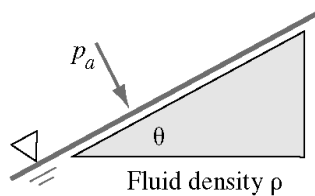
$$m = \frac{\text{وزن مولکولی}}{\text{عدد آوگادرو}} = \frac{28.97}{6.023 \times 10^{23}} = 4.81 \times 10^{-23} \text{ g/molecule}$$

برابر است با:

$$\text{جرم کل} = \frac{6.1 \times 10^{21}}{4.81 \times 10^{-23}} = 1.268 \times 10^{44} \text{ molecules}$$

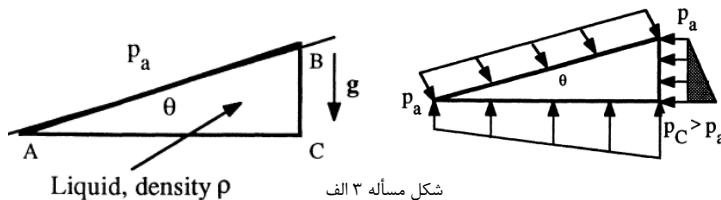
تعداد کل مولکولهای موجود در اتمسفر زمین

۱-۳ برای المان مثلثی در شکل زیر نشان دهید که سطح آزاد شیبدار مایع که در تماس با جوی در فشار p_a قرار دارد، باید تحت تنش برشی قرار داشته باشد و از این رو جریان آغاز شود.



شکل مسأله ۳

پاسخ: فرض نمایید که تنش صفر است. بعلت وزن المان، همانطور که نشان داده شده فشار در امتداد لایه ی پایینی و لبه سمت راست باید بصورت خطی باشد، تا به مقدار بیشتری در نقطه C برسد. احتمالاً نیروهای عمودی در موازنه با وزن سیال قرار دارند. اما نیروهای افقی به علت فشار اضافی که در مثلث سایه زده شده در سمت راست BC قرار دارد در تعادل نمی باشند و برآیند نیروهای نا متوازن به سمت چپ مثلث می باشد. بنابراین فشار هیدرواستاتیکی نمی تواند المان را در تعادل نگه دارد و نتیجه آن ایجاد تنش و به جریان انداختن سیال است.



شکل مسأله ۳ الف

۱-۴ شن، و سایر ذرات دانه ای، ظاهراً جریان می یابند (یعنی، می توان آنها را در یک ظرف ریخت). آیا شن یک سیال می باشد؟

پاسخ: مواد دانه ای جریان خواهند یافت و آهنگ جریان آنها با جریان سنج اندازه گیری می شود. اما، مواد دانه ای سیال فرض نمی شود، چون این مواد می توانند تنش برشی کوچک را تحمل کنند بدون اینکه جریان پیدا کنند. در نتیجه، سطح آنها در حالت سکون می تواند با افق زاویه کوچکی داشته باشد. حداکثر مقدار ممکن این زاویه، زاویه سکون گفته می شود.

۱-۵ مسیر پویش آزاد میانگین یک گاز، l ، فاصله متوسطی می باشد که مولکول های گاز میان دو برخورد طی می نمایند.

فصل ۱. مقدمه / ۹

یک رابطه ی پیشنهادی برای گاز ایده آل به صورت $l = ۱,۲۶ \frac{\mu}{\rho \sqrt{RT}}$ است، مطلوبست: الف) بعد مقدار ثابت $۱,۲۶$ ،

ب) مسیر میانگین آزاد هوا، با دمای $۲۰^{\circ}C$ و فشار $۷ kPa$ ، و ج) آیا در این شرایط هوا را می توان نادر در نظر گرفت؟
پاسخ: از اطلاعات داده شده داریم: مسافت آزاد متوسط گاز برابر l ، برای گاز ایده آل، مسافت آزاد متوسط، درجه حرارت هوا و فشار به ترتیب برابرند با:

$$l = ۱,۲۶ \frac{\mu}{\rho \sqrt{RT}}, \quad T = ۲۰^{\circ}C = ۲۰ + ۲۷۳ K = ۲۹۳ K, \quad P = ۷ kPa = ۷ \times 10^3 Pa$$

دیمنسیون مسافت آزاد متوسط، دیمنسیون لزجت، دیمنسیون چگالی، دیمنسیون ضریب ثابت گازها، دیمنسیون درجه حرارت و دیمنسیون معادله به ترتیب برابرند با:

$$l = m = L, \quad \mu = \frac{kg}{m.s} = ML^{-۱}T^{-۱}, \quad \rho = \frac{kg}{m^۳} = ML^{-۳},$$

$$R = \frac{J}{kg.K} = \frac{N.m}{kg.K} = L^۲T^{-۲}\Theta^{-۱}, \quad T = \Theta, \quad l = ۱,۲۶ \frac{\mu}{\rho \sqrt{RT}}$$

$$L = ۱,۲۶ \frac{ML^{-۱}T^{-۱}}{ML^{-۳}\sqrt{L^۲T^{-۲}\Theta^{-۱}} \times \Theta} = ۱,۲۶ \times L$$

هر دو طرف معادله بالا دارای دیمنسیون (L) یکسانی هستند. عدد $۱,۲۶$ فاقد دیمنسیون است. معادله بالا از لحاظ دیمنسیون یکسان بوده و برای هر نوع واحدی بدون تغییر می ماند. منظور این است که μ , ρ , R , T بر حسب واحدهای متریک یا اینچی باشند، تغییری در جواب مسئله نخواهد داشت و این واحدها با یکدیگر ساده خواهند شد. برای گاز ایده آل خواهیم داشت:

$$PV = RT \Rightarrow \frac{1}{V} = \frac{P}{RT}$$

چگالی، لزجت هوا در درجه حرارت $۲۰^{\circ}C$ و مسافت آزاد متوسط گاز به ترتیب برابرند با:

$$\rho = \frac{1}{V} = \frac{P}{RT} = \frac{۷ \times ۱۰^۳}{۲۸۷ \times ۲۹۳} = ۰,۰۸۳۲ kg / m^۳, \quad \mu = ۱,۸۰ \times ۱۰^{-۵} kg / m.s,$$

$$l = ۱,۲۶ \frac{\mu}{\rho \sqrt{RT}} = ۱,۲۶ \times \frac{۱,۸۰ \times ۱۰^{-۵}}{۰,۰۸۳۲ \sqrt{۲۸۷ \times ۲۹۳}} = ۹,۴۰ \times ۱۰^{-۷} m$$

این مقدار خیلی کوچک است به طوریکه هوا نمی تواند در این شرایط به عنوان یک گاز رقیق رفتار کند.

۱-۶ ویسکومتر اونیورسال سی بولت، ویسکوزیته سینماتیکی روغن ها را اندازه گیری می کند. ظرفی دارای یک روغن آزمایشی با دمای ثابت می باشد. چه زمانی طول خواهد کشید تا $۶۰ ml$ روغن از سوراخ کوچک ته ظرف تخلیه گردد. این واحد زمانی ثانیه های اونیورسال سی بولت (SUS) گفته می شود، رابطه آن با ویسکوزیته سینماتیکی روغن به صورت $v = ۰,۲۱۵ t - \frac{۱۴۵}{t}$ ، $۴۰ < t < ۱۰۰ SUS$ است. در این رابطه، v بر حسب استوکس، و t بر حسب ثانیه می باشد.
 الف) این رابطه همگن ابعادی می باشد؟ ب) این رابطه از نظر فیزیکی درست است؟ ج) ویسکوزیته سینماتیکی بر حسب دما تغییر خواهد کرد؟ در رابطه بالا، دما چگونه وارد خواهد شد؟ د) ویسکوزیته سینماتیکی را بر حسب $mm^۲ / s$ بدست آورید.

پاسخ: الف) این معادله دارای ناسازگاری ابعادی می باشد. چون طرف راست این معادله فاقد آحاد ویسکوزیته سینماتیکی است. ب) می دانیم که با افزایش ویسکوزیته سیال، زمان تخلیه افزایش پیدا می کند این موضوع از روی این معادله به وضوح پیدا است.

۱۰ / تشریح کامل مسائل مکانیک سیالات وایت (۱)

مثال (۱) & (مساله ۶-۱ ویرایش ۶) از تئوری (صحیح) مسأله ی (۱-۵)، فشار CO_2 (برحسب پاسکال) در دمای $20^\circ C$ برای حالتی که مسافت متوسط آزاد برابر است با: الف) ۱ میکرون (μm)، ب) 43.2 nm .

پاسخ: از اطلاعات داده شده برای CO_2 در $20^\circ C$ داریم: لزجت، ثابت گازها، درجه حرارت و مسافت آزاد میانگین به ترتیب برابرند با:

$$\mu = 1.48 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}, R = 189 \text{ m}^2/\text{s}^2.K, T = 20^\circ C = 20 + 273 K = 293 K, l = 1.26 \frac{\mu}{\rho \sqrt{RT}}$$

با در نظر گرفتن p به عنوان فشار، چگالی، مسافت آزاد میانگین و فشار به ترتیب برابرند با:

$$\rho = \frac{1}{V} = \frac{p}{RT}, l = 1.26 \frac{\mu}{(p/RT)\sqrt{RT}} = 1.26 \frac{\mu}{p} \sqrt{RT}, p = 1.26 \frac{\mu}{l} \sqrt{RT}$$

الف) مسافت آزاد میانگین و فشار برابرند با:

$$l = 1 \text{ microns} = 10^{-6} \text{ m}, p = 1.26 \frac{\mu}{l} \sqrt{RT} = 1.26 \times \frac{1.48 \times 10^{-5}}{1 \times 10^{-6}} \sqrt{189 \times 293} = 4388.3 \text{ Pa}$$

ب) مسافت آزاد میانگین و فشار برابرند با:

$$l = 43.2 \text{ nm} = 43.2 \times 10^{-9} \text{ m}, p = 1.26 \frac{\mu}{l} \sqrt{RT} = 1.26 \times \frac{1.48 \times 10^{-5}}{43.2 \times 10^{-9}} \sqrt{189 \times 293} = 101346.58 \text{ Pa}$$

مثال (۲) & (مساله ۷-۱ ویرایش ۶) برای تعیین دبی جریان آب $20^\circ C$ در یک شیلنگ، یک دانش آموز متوجه شد که شیلنگ طی ۲ دقیقه و ۳۷ ثانیه یک بشکه به حجم 55 gallon را پر می‌کند. الف) دبی حجمی برحسب m^3/s را، ب) دبی وزنی برحسب N/s را به دست آورید.

پاسخ: از اطلاعات داده شده خواهیم داشت:

حجم سیلندر استوانه، مدت زمان لازم برای پر شدن سیلندر و چگالی آب در دمای $20^\circ C$ برابرند با:

$$V = 55 \text{ gallon} = 0.2082 \text{ m}^3, t = 2 \text{ min } 37 \text{ sec} = 157 \text{ sec}, \rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{الف) دبی حجمی} = \frac{\text{حجم سیلندر}}{\text{زمان لازم برای پر شدن سیلندر}} = \frac{0.2082}{157} = 1.3261 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{ب) دبی وزنی} = \text{دبی حجمی} \times \text{وزن} \times \text{چگالی} = 1000 \times 9.807 \times 1.3261 \times 10^{-3} = 13 \text{ N/s}$$

۱-۸ در بحث مقاومت مصالح فهمیدیم که تنش خمشی σ در یک تیر با نیم ضخامت y ، لنگر خمشی M و ممان اینرسی I متناسب می‌باشد. در یک حالت، $M = 2900 \text{ lbf.in}$ ، $y = 1.5 \text{ in}$ ، $I = 0.4 \text{ in}^4$ و $\sigma = 75 \text{ MPa}$. با داشتن این داده ها و تحلیل ابعادی، رابطه $\sigma = yf(M, I)$ را محاسبه کنید.

پاسخ: از اطلاعات داده شده خواهیم داشت: تنش خمیدگی، نصف ضخامت تیر، گشتاور خمشی و ممان اینرسی به ترتیب برابرند با:

$$\sigma = 75 \text{ MPa} = 75 \times 10^6 \text{ N/m}^2, y = 1.5 \text{ in} = 0.0381 \text{ m},$$

$$M = 2900 \text{ lbf.in} = 327.66 \text{ N.m}, I = 0.4 \text{ in}^4 = 1.665 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

تنش خمیدگی متناسب با نصف ضخامت تیر است $\sigma \propto y$. تنش خمیدگی تابعی است از: (۱) نصف ضخامت تیر برابر y (۲) ممان خمشی برابر M (۳) ممان اینرسی برابر I ، در نتیجه $\sigma = K y M^a I^b$ است. جاییکه K ثابت فاقد دیمانسیون است.

دیمانسیون تنش خمیدگی، دیمانسیون ممان خمشی، دیمانسیون ممان اینرسی و دیمانسیون نصف ضخامت به ترتیب برابرند با:

فصل ۱. مقدمه / ۱۱

$$\sigma = N / m^2 = \frac{kg.m/s}{m^2} = ML^{-1}T^{-1}, \quad M = N.m = (kg.m/s).m = ML^2T^{-1},$$

$$I = m^4 = L^4, \quad y = m = L$$

$$ML^{-1}T^{-1} = KL(ML^2T^{-1})^a(L^4)^b \quad \sigma = KyM^aI^b$$

از لحاظ دیمانسیون هم جنس است بنابراین:

در معادل سازی توان های M و L در طرفین معادله داریم، توان های M و توان های L برابرند با:

$$a = 1, \quad 1 + 2a + 4b = -1 \Rightarrow 4b = -1 - 1 - 2 \Rightarrow b = -1$$

$$\sigma = KyMI^{-1} = Ky \frac{M}{I} \Rightarrow 75 \times 10^6 = K \times 0.0381 \times \frac{327.66}{1.665 \times 10^{-7}} \Rightarrow$$

$$K = \frac{(1.665 \times 10^{-7}) \times (75 \times 10^6)}{327.66 \times 0.0381} = 10002$$

از این رو، رابطه امکان پذیری که از لحاظ دیمانسیون همگن است برابر $\sigma = 1000 M \frac{y}{I}$ است.

۹-۱ یک ظرف مخروطی وارونه، که دارای قطر 26 in و ارتفاع 44 in است، پر از مایع $20^\circ C$ می باشد، وزن مایع داخل ظرف 5030 انس می باشد: الف) چگالی مایع، ب) نوع مایع را بیابید.

پاسخ: الف برای محاسبه چگالی مایع داریم:

$$V_{\text{مایع}} = \frac{\pi}{3} R^2 h = \frac{\pi}{3} (13 \text{ in})^2 (44 \text{ in}) = 7787 \text{ in}^3 = 0.1276 \text{ m}^3$$

$$m_{\text{مایع}} = \frac{5030}{16} = 314.4 \text{ lbm} = 142.6 \text{ kg}$$

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{142.6 \text{ kg}}{0.1276 \text{ m}^3} = 1117 \text{ kg/m}^3$$

الف) چگالی مایع برابر است با:

ب) بنابراین به کمک جدول (الف-۳) می فهمیم که مایع مورد نظر «اتیلن گلیکول» می باشد.

مثال ۳) & (مساله ۹-۱ ویرایش ۶) یک سیال در یک آزمایشگاه وزن می شود. متوجه می شویم که 1.5 gal سیال 136.2 اونس وزن دارد. الف) چگالی سیال بر حسب kg/m^3 چقدر است؟ ب) با این چگالی، این سیال چه سیالی می تواند باشد؟ (شتاب جاذبه ی استاندارد $g = 9.807 \text{ m/s}^2$ را فرض کنید).

پاسخ: از اطلاعات داده شده خواهیم داشت: حجم سیال، وزن سیال و شتاب گرانش برابرند با:

$$V = 1.5 \text{ U.S. gallons}, \quad W = 136.2 \text{ ounces}, \quad g = 9.807 \text{ m/s}^2$$

$$1 \text{ U.S. gallon} = 0.00378541178 \text{ m}^3 \Rightarrow$$

$$V = 1.5 \times 0.00378541178 \text{ m}^3 = 5.67811767 \times 10^{-3} \text{ m}^3, \quad \text{حجم سیال}$$

$$1 \text{ ounce} = 0.27801385 \text{ N} \Rightarrow \text{وزن سیال } W = 136.2 \times 0.27801385 \text{ N} = 37.86548637 \text{ N}$$

با در نظر گرفتن ρ به عنوان چگالی سیال داریم:

$$W = \rho \times V \times g = (\text{حجم} \times \text{چگالی}) = \text{شتاب گرانش} \times \text{جرم} = W \quad \text{وزن سیال}$$

$$\text{چگالی سیال} = \frac{W}{V \times g} = \frac{37.86548637}{5.67811767 \times 10^{-3} \times 9.807} = 679.990 \text{ kg/m}^3 \quad \text{الف)}$$

سیال با چگالی 680 kg/m^3 در شرایط 1 atm و $20^\circ C$ بنزین است. بنابراین سیال مورد نظر بنزین می باشد.